

## การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดด้วยวิธีการควบคุมแบบคลาสสิก

รณเดช จันทรมัส<sup>1</sup> และ สรวุฒิ สุจิตจร<sup>2</sup>

### Abstract

Chantaramas, R. and Sujitjorn, S.

**Torsional resonance suppression via the classical control method**

Songklanakarin J. Sci. Technol., 2004, 26(6) : 895-906

This article presents torsional resonance suppression of a mechanical coupling system via the classical control approach. Three different methods are considered namely root locus method of PIDA compensator, pole placement method with two parameter configuration, and the Coefficient Diagram Method (CDM), to control the speed of rotation and suppress the torsional resonance behavior. This is to achieve satisfactory operation subject to full range of input. The simulation results indicate that the CDM method gives the most preferable performance.

**Key words :** torsional resonance, PIDA, two parameter compensators, CDM

School of Electrical Engineering, Institute of Engineering, Suranaree University of Technology, Muang, Nakhon Ratchasima 30000, Thailand.

<sup>1</sup>นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า <sup>2</sup>Ph.D.(Electrical Engineering), รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

Corresponding e-mail: ronnadate@hotmail.com

รับต้นฉบับ 3 กุมภาพันธ์ 2547      รับลงพิมพ์ 19 เมษายน 2547

## บทคัดย่อ

รณเดช จันทรมัส และ สรวุฒิ สุจิตจร  
การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดด้วยวิธีการควบคุมแบบคลาสสิก  
ว. สงขลานครินทร์ วทท. 2547 26(6) : 895-906

บทความนี้นำเสนอการกำจัดรีโซแนนซ์การบิดของระบบคู่ควบเชิงกลด้วยวิธีการควบคุมแบบคลาสสิก ได้พิจารณาเปรียบเทียบแนวทางที่แตกต่างกันสำหรับแก้ปัญหา 3 วิธี ได้แก่ วิธีโลโก้ของรากของตัวชดเชยพีโอดีเอ วิธีการจัดวางตำแหน่งโพลที่มีโครงสร้างแบบสองพารามิเตอร์ และวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ เพื่อควบคุมความเร็วรอบการหมุนของระบบและกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ ให้ระบบสามารถทำงานอย่างน่าพึงพอใจได้ตลอดย่านอินพุตด้วยการจำลองสถานการณ์ พบว่าตัวชดเชยที่ออกแบบด้วยวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ให้ผลดีที่สุด

ในโรงงานอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ มีการใช้ระบบขับเคลื่อนทางไฟฟ้ากับกระบวนการผลิต ซึ่งมีมอเตอร์ เฟลา และโหลดต่อคู่ควบกัน มักประสบกับปัญหาอันเนื่องมาจากรีโซแนนซ์การบิด (torsional resonance) ที่อาจปรากฏเป็นการเคลื่อนตัวอย่างไม่ราบเรียบ เกิดการสั่นในชิ้นส่วนทางกล ปรากฏการณ์เช่นนี้อาจเป็นสาเหตุให้เกิดความเสียหายต่อโครงสร้างทางกล ทำให้ชิ้นส่วนต่างๆ มีอายุการใช้งานที่สั้นลง รวมทั้งทำให้ระบบมีแนวโน้มที่จะขาดเสถียรภาพได้ง่าย แนวทางการแก้ปัญหาที่ได้มีผู้เสนอหลายวิธี เช่น การใช้ตัวสังเกตตามหลักการป้อนกลับสถานะ (Fujikawa *et al.*, 1991) การเลือกอัตราการป้อนกลับสถานะที่เหมาะสม (Song *et al.*, 1993) การควบคุมความเร็วแบบอัตราขยายอันดับสองเชิงเส้นด้วยการชดเชยแรงบิดโหลดป้อนไปหน้า (Ji *et al.*, 1993) การควบคุมความเร็วที่เหมาะสมโดยการควบคุมอัตราส่วนรีโซแนนซ์อย่างช้า (slow resonance ratio control) (Hori *et al.*, 1999) ในประเทศไทย สรวุฒิ สุจิตจร และคณะ ได้เสนอแนวทางการแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิดในระบบสองมวล

ด้วยเทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร การแก้ไขปัญหารีโซแนนซ์การบิดดังกล่าวมีข้อจำกัดคือการใช้งานระบบจำกัดไว้ที่จุดปฏิบัติงานเพียงจุดเดียว ต่อมาได้มีการขยายย่านการทำงานของระบบให้กว้างขึ้นโดยคำนึงถึงความไม่เชิงเส้นของระบบ (กองพันธ์ และคณะ, 2544) การปฏิบัติแบบนี้มีความยุ่งยากซับซ้อน และสมรรถนะของระบบในสภาวะคงตัวถูกจำกัดค่อนข้างมาก

บทความนี้จึงนำเสนอแนวทางแก้ปัญหารีโซแนนซ์การบิดด้วยการคำนึงว่าระบบเป็นเชิงเส้น ดำเนินงานที่หลายๆ จุดปฏิบัติงาน การชดเชยทางพลวัตสามารถประยุกต์ทฤษฎีระบบควบคุมแบบคลาสสิก การชดเชยกระทำให้ระบบตลอดย่านอินพุตที่ระบบจะสามารถใช้งานได้จริง

## แบบจำลองของระบบคู่ควบเชิงกล

ระบบคู่ควบเชิงกล (mechanical coupled system) มีแผนภาพแสดงใน Figure 1 เมื่อเฟลามีความยาวพอสมควรและเส้นผ่าศูนย์กลางสั้น ปรากฏการณ์รีโซแนนซ์

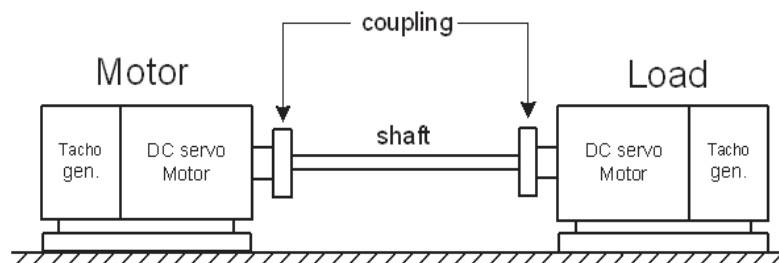


Figure 1. Diagram represents a mechanical coupling system.

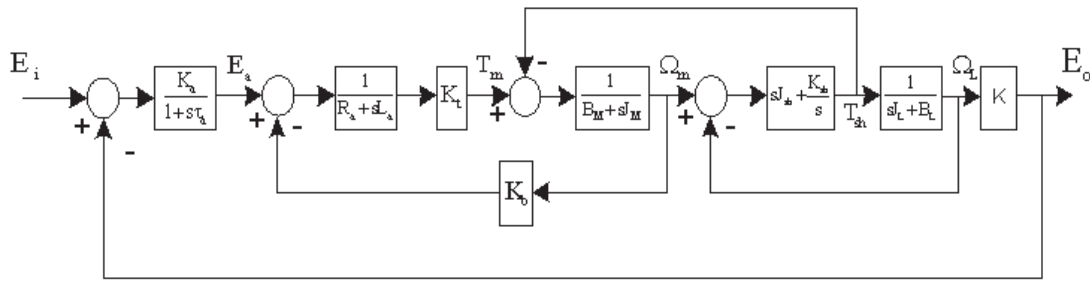


Figure 2. Block diagram of a mechanical coupling system.

การบิดจะเกิดอย่างเด่นชัดโดยเฉพาะในย่านความเร็วรอบต่ำ จะสังเกตเห็นได้ว่าการหมุนไม่ราบเรียบและเพลากว้าง ระบบเชิงกลดังแสดงใน Figure 1 นี้ ได้เคยมีผู้ศึกษาและนำเสนอแบบจำลองไว้แล้ว (ชัชชัย, 2543) ซึ่งสามารถแสดงได้ด้วยแผนภาพบล็อกดังแสดงใน Figure 2 จาก Figure 2 นี้ สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณอินพุต  $E_i$  ไปสัญญาณเอาต์พุต  $E_o$  ได้เป็น

$$G_p(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{As^2 + Bs + C}{Ds^5 + Es^4 + Fs^3 + Gs^2 + Hs + I} \quad (1)$$

- โดยที่  $E_i$  คือ แรงดันอินพุต
- $E_o$  คือ แรงดันเอาต์พุต
- $K_i$  คือ ค่าคงที่ของตัวขับ
- $\tau_i$  คือ ค่าคงที่ทางเวลาของตัวขับ
- $R_a$  คือ ค่าความต้านทานอาร์เมเจอร์
- $L_a$  คือ ค่าความเหนี่ยวนำของอาร์เมเจอร์
- $K_t$  คือ ค่าคงที่แรงบิด
- $J_m$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์
- $B_m$  คือ ค่าความฝืดวิสคอสของมอเตอร์
- $K_b$  คือ ค่าคงที่แรงดันย้อนกลับ
- $J_{sh}$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของเพลลา
- $K_{sh}$  คือ ค่าความแข็งตึงของเพลลา
- $J_L$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของโหลด
- $B_L$  คือ ค่าความฝืดวิสคอสของโหลด
- $K$  คือ ค่าคงที่ของทาโคเจนเนอเรเตอร์

การหาพารามิเตอร์ในแบบจำลองของระบบ  $G_p(s)$  จะอาศัยข้อมูลอินพุตและเอาต์พุตของระบบ ที่ได้จากการทดสอบสภาวะชั่วคราวด้วยสัญญาณขั้นบันได (step transient

test) ข้อมูลที่ได้นำมาผ่านกระบวนการระบุเอกลักษณ์ (system identification) ซึ่งใช้แบบจำลองมีโครงสร้างเป็น ARMAX (Auto Regressive Moving Average with External input) (Ljung, 1987; Ljung, 1995)

แบบจำลอง ARMAX สามารถอธิบายได้ด้วยสมการความแตกต่างเชิงเส้น (linear difference equation) คือ

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + e(t) + c_1e(t-1) + \dots + c_{n_c}e(t-n_c) \quad (2)$$

ถ้าให้

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \quad (3)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \quad (4)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \quad (5)$$

โดยที่  $q$  และ  $q^{-1}$  คือ ตัวดำเนินการเลื่อนไปหน้าและย้อนหลังตามลำดับ

จากสมการที่ (2) จัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$y(t) = A^{-1}(q)[B(q)u(t) + C(q)e(t)] \quad (6)$$

โดยที่  $y(t)$  คือ สัญญาณเอาต์พุต  
 $u(t)$  คือ สัญญาณอินพุต  
 $e(t)$  คือ สัญญาณรบกวน  
 จากสมการที่ (6) สามารถเขียนโครงสร้างของแบบจำลอง ARMAX ดังแสดงใน Figure 3

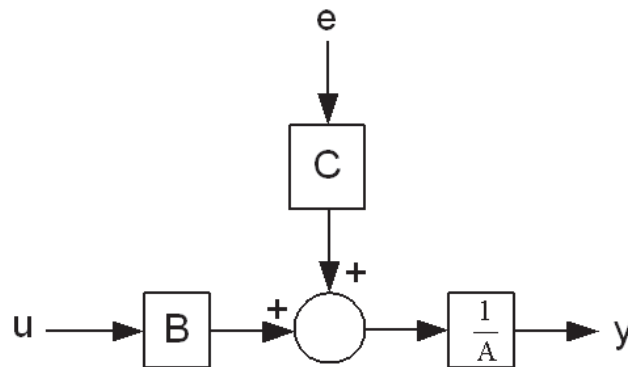


Figure 3. The ARMAX model structure.

1. ขั้นตอนการทดสอบเพื่อหาแบบจำลอง

การทดสอบระบบคู่ความเชิงกล มีขั้นตอนดังนี้

- 1) บ้อนแรงดันอินพุตเท่ากับ 2.7 โวลต์เข้าสู่ระบบ
- 2) จับสัญญาณแรงดันที่เอาต์พุตและจัดเก็บข้อมูล

ที่ได้จากการทดสอบ (แรงดันเอาต์พุต 1 โวลต์ มีความหมายเป็นความเร็วรอบ 143 rpm)

- 3) ดำเนินการซ้ำตามข้อ 2 โดยปรับเปลี่ยนแรงดันอินพุตเป็น 2.9, 3.1, 3.3, ..., 8.0 โวลต์ ตามลำดับ

เมื่อได้ข้อมูลอินพุต-เอาต์พุตครบถ้วนแล้ว ขั้นตอน

ต่อไปเป็นการดำเนินการหาแบบจำลองโดยใช้วิธีการระบุเอกลักษณ์ให้แบบจำลองมีโครงสร้างแบบ ARMAX

2. แบบจำลองของระบบคู่ความเชิงกล

การหาแบบจำลองของระบบที่ย่านการทำงาน 2.7-8.0 โวลต์อินพุต ได้แบบจำลองระบบจำนวน 6 ชุด แสดงด้วย  $G_1, G_2, \dots, G_6$  ใน Table 1 และผลตอบสนองของ

Table 1. 5<sup>th</sup> order model of each region.

model	output region (volt)	transfer function
$G_1$	2.7-3.3	$\frac{3.78 \times 10^6 s^2 + 5.53 \times 10^8 s + 9.08 \times 10^{10}}{s^5 + 339s^4 + 2.41 \times 10^5 s^3 + 3.73 \times 10^7 s^2 + 1.39 \times 10^{10} s + 5.61 \times 10^{10}}$
$G_2$	3.3-4.2	$\frac{9.76 \times 10^5 s^2 + 3.1 \times 10^8 s + 1.04 \times 10^{11}}{s^5 + 73.11s^4 + 2.35 \times 10^5 s^3 + 9.78 \times 10^6 s^2 + 1.34 \times 10^{10} s + 5.52 \times 10^{10}}$
$G_3$	4.2-5.1	$\frac{7.44 \times 10^5 s^2 + 2.82 \times 10^9 s + 3.77 \times 10^{11}}{s^5 + 32.12s^4 + 4.67 \times 10^5 s^3 + 7.52 \times 10^6 s^2 + 4.29 \times 10^{10} s + 1.61 \times 10^{11}}$
$G_4$	5.1-6.1	$\frac{8.33 \times 10^5 s^2 + 1.15 \times 10^9 s + 1.29 \times 10^{11}}{s^5 + 147.6s^4 + 2.35 \times 10^5 s^3 + 1.8 \times 10^7 s^2 + 1.33 \times 10^{10} s + 4.71 \times 10^{10}}$
$G_5$	6.1-7.4	$\frac{9.99 \times 10^6 s^2 + 7.89 \times 10^9 s + 6.0 \times 10^{11}}{s^5 + 103.3s^4 + 5.8 \times 10^5 s^3 + 1.54 \times 10^8 s^2 + 6.15 \times 10^{10} s + 2 \times 10^{11}}$
$G_6$	7.4-8.0	$\frac{1.96 \times 10^6 s^2 + 9.98 \times 10^9 s + 7.93 \times 10^{11}}{s^5 + 61.66s^4 + 7.14 \times 10^5 s^3 + 2.32 \times 10^7 s^2 + 7.63 \times 10^{10} s + 2.49 \times 10^{11}}$

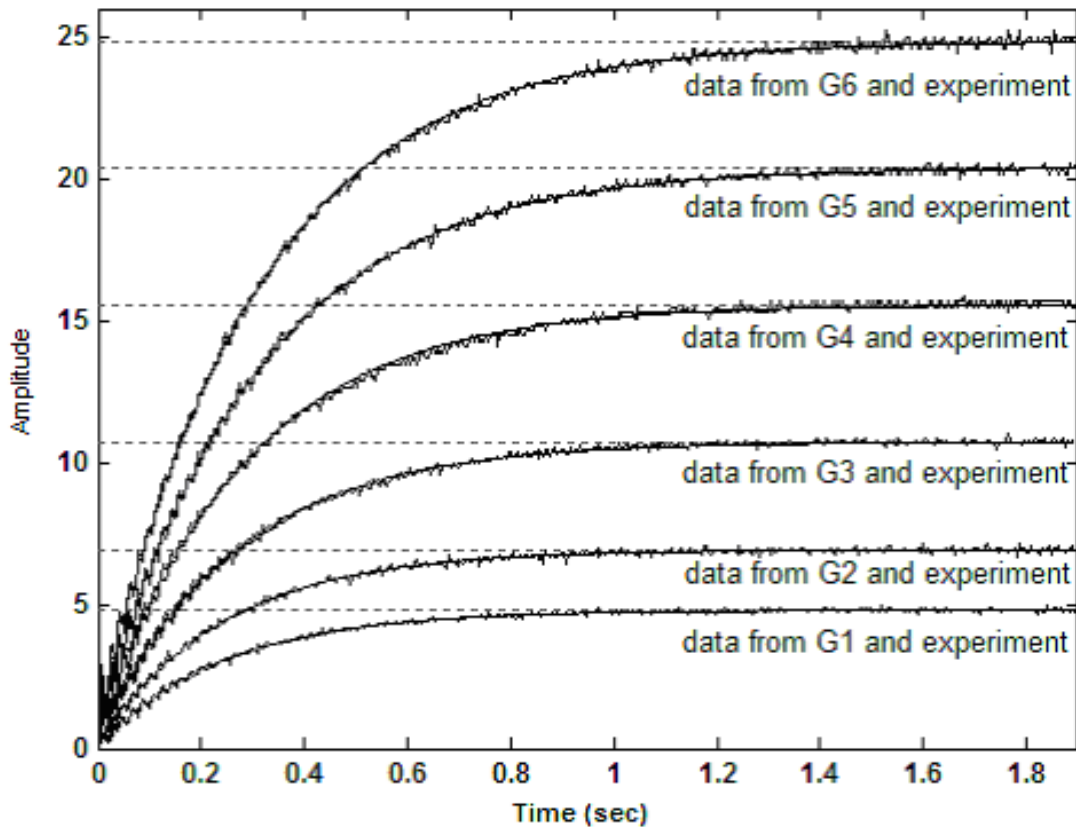


Figure 4. Results of step-transient tests(models plotted against experiments).

ระบบที่ได้จากการทดสอบเทียบกับผลจากแบบจำลอง ดังแสดงใน Figure 4

จากทั้งหกแบบจำลองสามารถหาแบบจำลองเฉลี่ยได้เป็น

$$G(s) = \frac{3.05 \times 10^6 s^2 + 3.79 \times 10^9 s + 3.49 \times 10^{11}}{s^5 + 281.1s^4 + 4.12 \times 10^5 s^3 + 4.17 \times 10^7 s^2 + 3.69 \times 10^{10} s + 1.28 \times 10^{11}}$$

$$= \frac{N(s)}{D(s)} \quad (7)$$

ในบทความนี้ จะใช้แบบจำลองเฉลี่ยเป็นแบบจำลองแทนระบบคู่ควมเชิงกลตลอดย่านการทำงาน

แบบจำลองเฉลี่ยเมื่อนำไปใช้ที่อินพุตย่านอื่นๆ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนเอาต์พุตที่สภาวะคงตัวเกิดขึ้น อัตราขยาย K ดังแสดงใน Figure 5 จะช่วยแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงตัวที่กล่าวถึงนี้ได้ ซึ่ง

$$K = \frac{\text{ขนาดของอินพุต}}{\text{ขนาดของเอาต์พุตที่วัดได้}}$$

ในการออกแบบตัวชดเชยระบบ จะเลือกค่า K ที่อินพุตเท่ากับ 5.7 โวลต์ เนื่องจากที่จุดปฏิบัติงานนี้มีค่าความคลาดเคลื่อนของเอาต์พุตน้อยที่สุด

#### แนวทางดำเนินงานออกแบบ

ในบทความนี้ จะทำการออกแบบตัวชดเชยระบบ 3 วิธี ได้แก่

1. วิธีโล่กซ์ของรากของตัวชดเชย PIDA (proportional-integral-derivative-acceleration) เนื่องจากตัวชดเชย PID ถูกนำไปใช้ในอุตสาหกรรมเพราะสามารถสร้างได้ง่ายสำหรับระบบอันดับสอง แต่เมื่ออันดับสูงขึ้น การควบคุมระบบให้มีเสถียรภาพทำได้ยาก ดังนั้นจึงมีการ

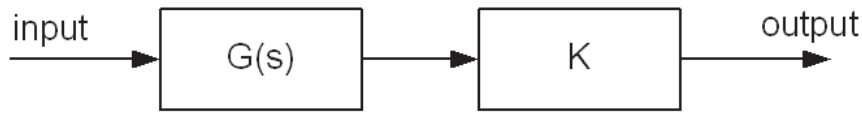


Figure 5. Diagram describes the open loop system.

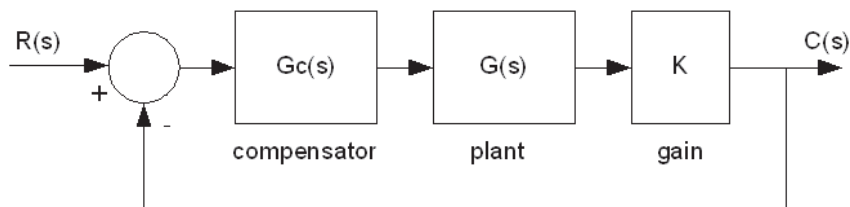


Figure 6. System structure using a PIDA compensator.

ใช้ตัวชดเชย PIDA สำหรับระบบที่มีอันดับสูงๆ ที่มีคุณสมบัติให้ผลตอบสนองชั่วคราวและสถานะคงตัวได้อย่างรวดเร็ว โดยที่ระบบยังคงมีเสถียรภาพ (วิทยา และคณะ, 2541; Jung and Dorf, 1996)

2. วิธีการจัดวางตำแหน่งโพลที่มีโครงสร้างแบบสองพารามิเตอร์ วิธีนี้จะกำหนดโพลของระบบให้มีผลตอบสนองตามต้องการ โดยใช้ตัวชดเชยสองชุดคือตัวชดเชยในวิธีป้อนกลับซึ่งกำหนดตำแหน่งโพลและรักษาเสถียรภาพของระบบ และตัวชดเชยอินพุตซึ่งเป็นตัวปรับปรุงสมรรถนะของระบบ (ซัชชัย, 2543)

3. วิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ เป็นการออกแบบโดยพิจารณาความมีเสถียรภาพ ผลตอบสนองและความคงทน (robust) ของระบบพร้อมๆ กันอย่างมีประสิทธิภาพ (นันทวัฒน์ และอาณูภาพ, 2542)

**1. แนวทางดำเนินงานออกแบบโดยใช้วิธีโลโก้ของรากของตัวชดเชย PIDA (วิทยา และคณะ, 2541; Jung and Dorf, 1996)**

ระบบที่ใช้ตัวชดเชย PIDA จะมีโครงสร้างเป็นดังแสดงใน Figure 6 ซึ่งตัวชดเชย PIDA ในเชิงทฤษฎีจะมีรูปแบบดังนี้

$$G_c(s) = \frac{K_A s^3 + K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (9)$$

การออกแบบวิธีโลโก้ของรากของตัวชดเชย PIDA สามารถดำเนินงาน 7 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าเวลาเข้าที่ (settling time:  $T_s$ ) และการพุ่งเกินสูงสุด (percent overshoot: P.O.)

ขั้นตอนที่ 2 หาค่า  $\zeta$  และ  $\omega_n$  จากสมการ (10) และ (11) ตามลำดับ

$$\zeta = \sqrt{\frac{(\ln \frac{P.O.}{100})^2}{\pi^2 + (\ln \frac{P.O.}{100})^2}} \quad (10)$$

$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (11)$$

จะได้ โพลเด่น (dominant pole:sd) โดยที่

$$s_d = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (12)$$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกค่ารากจำนวนจริงให้เท่ากับส่วนจริงของคู่โพลเชิงซ้อนที่สำคัญคือ

$$R = \text{Re}\{\text{dominant roots}\} \leq -\zeta \omega_n$$

ขั้นตอนที่ 4 เลือกค่ารากของจำนวนจริง  $r_1, r_2, r_3$  โดยกำหนดให้  $r_i \ll -\zeta \omega_n; i = 1, 2$  และ 3

ขั้นตอนที่ 5 เขียนสมการลักษณะเฉพาะ (characteristic equation)  $1 + G_c G(s) = 0$  และ

$$(s-s_d)(s-R)(s-r_1)(s-r_2)(s-r_3) = 0$$

ขั้นตอนที่ 6 คำนวณหาสมการลักษณะเฉพาะ  
ขั้นตอนที่ 7 แก่สมการจากขั้นตอนที่ 6 เพื่อหาค่า  
KA, KD, KP และ KI ของตัวชดเชยแบบ PIDA

**2. แนวทางดำเนินงานออกแบบโดยใช้วิธีการจัดวาง  
ตำแหน่งโพลที่มีโครงสร้างแบบสองพารามิเตอร์  
(ซัชชัย, 2543; Chen, 1992; 1993)**

การออกแบบโดยวิธีนี้จะทำการเลือกฟังก์ชันถ่ายโอน  
โพลของระบบทั้งหมดโดยใช้วิธีการจัดวางตำแหน่งโพล  
หลังจากนั้นจะทำการหาตัวชดเชยที่มีโครงสร้างแบบสอง  
พารามิเตอร์โดยใช้วิธีพีชคณิตเชิงเส้น

โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวชดเชยที่มีโครงสร้างแบบ  
2 พารามิเตอร์ ดังแสดงใน Figure 7

จาก Figure 7 จะได้แบบจำลองของระบบที่ใช้หา  
ตัวชดเชยเป็น

$$G_1(s) = KG(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)} \quad (13)$$

โดยที่อันดับของ  $D_1(s) = n$

การออกแบบตัวชดเชยด้วยวิธีการจัดวางตำแหน่ง  
โพลมี 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำการกำหนดฟังก์ชันถ่ายโอนของ  
ระบบทั้งหมด ( $G_0(s)$ ) โดยใช้วิธีการจัดวางตำแหน่งโพล  
จะได้

$$G_0(s) = \frac{N_0(s)}{D_0(s)} \quad (14)$$

จาก Figure 7 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเป็น

$$G_0(s) = \frac{L(s)N_1(s)}{A(s)D_1(s) + M(s)N_1(s)} \quad (15)$$

ดังนั้น

$$G_0(s) = \frac{N_0(s)}{D_0(s)} = \frac{L(s)N_1(s)}{A(s)D_1(s) + M(s)N_1(s)} \quad (16)$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณ

$$\frac{G_0(s)}{N_1(s)} = \frac{N_0(s)}{D_0(s)N_1(s)} = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} \quad (17)$$

โดยที่  $N_p(s), D_p(s)$  เป็น coprime และอันดับของ  $D_p(s)$   
ให้เท่ากับ p

จากสมการ (17) ทำการจัดรูปใหม่เป็น

$$G_0(s) = \frac{N_1(s)N_p(s)}{D_p(s)} \quad (18)$$

ขั้นตอนที่ 3 ทำการเลือกพหุนามเฮอริวิทซ์  $\bar{D}_p(s)$

โดยที่อันดับของ  $\bar{D}_p(s) = 2n-1-p$

ขั้นตอนที่ 4 จากสมการที่ (18) เขียนใหม่ได้เป็น

$$G_0(s) = \frac{N_1(s)N_p(s)}{D_p(s)} = \frac{N_1(s)[N_p(s)\bar{D}_p(s)]}{D_p(s)\bar{D}_p(s)} = \frac{N_1(s)L(s)}{A(s)D_1(s) + M(s)N_1(s)} \quad (19)$$

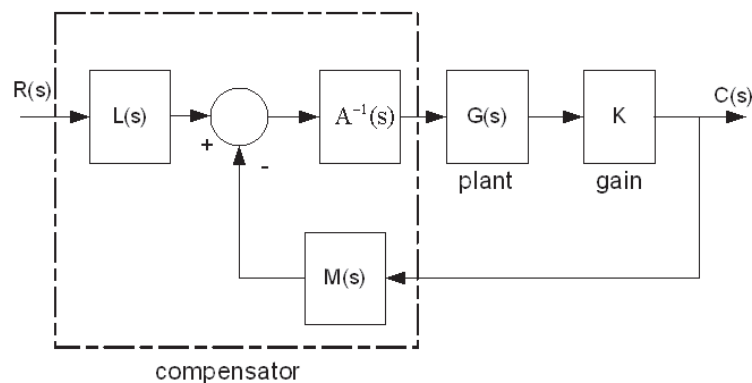


Figure 7. System structure of two-parameter configuration.

จาก (19) จะได้

$$L(s) = N_p(s) \bar{D}_p(s) \quad (20)$$

$$D_p(s) \bar{D}_p(s) = A(s) D_1(s) + M(s) N_1(s) \quad (21)$$

ขั้นตอนที่ 5 ทำการแก้สมการที่ (21) ก็จะได้ตัวชดเชย  $A(s)$  และ  $M(s)$

จาก Figure 7 สามารถจัดรูปแบบตัวชดเชยใหม่เพื่อให้เหมาะสมต่อการนำไปสร้างเป็นอุปกรณ์จริง ได้ดังแสดงใน Figure 8

3. แนวทางดำเนินงานออกแบบโดยใช้วิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient Diagram Method: CDM) (นันทวัฒน์ และอาณูภาพ, 2542; Manabe, 1998)

การออกแบบตัวชดเชยด้วย CDM เป็นการออกแบบตัวชดเชยจากสมการคุณลักษณะ โดยพิจารณาเวลาเข้าที่ ( $T_s$ ) ในการออกแบบตัวชดเชยด้วยวิธี CDM จะมีโครงสร้างเป็นดังแสดงใน Figure 9

กำหนดให้

$$G_p(s) = KG(s) = \frac{B_p(s)}{A_p(s)} \quad (22)$$

พิจารณาฟังก์ชันของบล็อกดังแสดงใน Figure 9 สามารถจัดให้อยู่ในรูปพหุนามได้ดังนี้

$$A_p(s) = p_k s^k + p_{k-1} s^{k-1} + \dots + p_0 \quad (23)$$

$$B_p(s) = q_m s^m + q_{m-1} s^{m-1} + \dots + q_0 \quad (24)$$

$$A_c(s) = l_\lambda s^\lambda + l_{\lambda-1} s^{\lambda-1} + \dots + l_0 \quad (25)$$

$$B_c(s) = k_\lambda s^\lambda + k_{\lambda-1} s^{\lambda-1} + \dots + k_0 \quad (26)$$

$$B_a(s) = k_0 \quad (27)$$

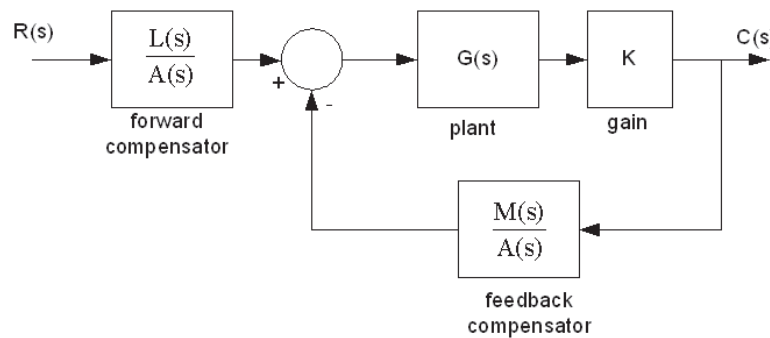


Figure 8. System structure of two-parameter configuration showing forward and feedback compensators explicitly.

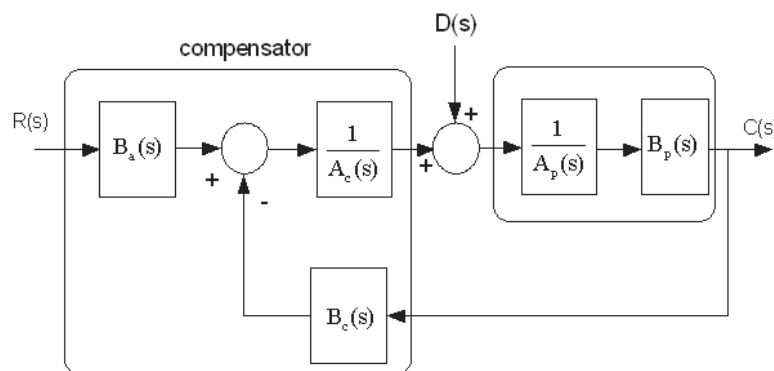


Figure 9. System structure of CDM method.



โดยที่  $\lambda < m$  ส่วนเทอม  $B_a(s)$  เรียกว่าพรีฟิลเตอร์ (pre-filter) ถูกปรับให้เท่ากับ  $k_0$  เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบที่มีตัวชดเชยไม่มีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว

การออกแบบตัวชดเชยด้วยวิธี CDM มี 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าเวลาเข้าที่ ( $T_s$ ) แล้วคำนวณค่าคงที่ทางเวลา ( $\tau$ ) จากสมการ (28)

$$\tau = \frac{T_s}{(2.5 : 3)} \quad (28)$$

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดค่าดรรชนีเสถียรภาพ ( $\gamma_i$ ) โดยที่

$$\gamma_i = [2.5, 2, 2, \dots, 2]; i = 1, \dots, n-1 \quad (29)$$

ค่า  $\gamma_i$  สามารถนำไปใช้ในการออกแบบได้ เงื่อนไขในสมการที่ (30) ต้องเป็นจริง ถ้าเงื่อนไขไม่เป็นจริง ให้ปรับค่า  $\gamma_{n-1}, \gamma_{n-2}$  และค่าอื่นๆ จนกระทั่งสมการที่ (30) เป็นจริง

$$\frac{p_k}{p_{k-1}} > \frac{\tau}{(\gamma_{n-1})(\gamma_{n-2}) \dots (\gamma_1)} \quad (30)$$

โดยที่  $p_k$  และ  $p_{k-1}$  คือ สัมประสิทธิ์ของพหุนามที่อันดับที่  $k$  และ  $k-1$  ตามลำดับ

ขั้นตอนที่ 3 ทำการหาสมการคุณลักษณะของระบบที่มีตัวชดเชย ดังแสดงใน Figure 9 ได้เป็น

$$P(s) = A_c(s)A_p(s) + B_c(s)B_p(s) \quad (31)$$

และถ้าจัด  $P(s)$  ให้อยู่ในรูปของพหุนาม จะได้

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 \quad (32)$$

โดยที่  $a_n, a_1, \dots, a_0$  เป็นสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะของระบบ และ  $n$  คืออันดับของสมการคุณลักษณะ

ตามวิธีของ CDM มีสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์ของ  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) ได้จากสมการที่ (33)

$$a_i = a_0 \tau^i \frac{1}{(\gamma_{i-1}) \dots (\gamma_2)^{i-2} (\gamma_1)^{i-1}}$$

$$= a_0 \tau^i \prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{(\gamma_{i-j})^j} \quad (33)$$

และสามารถหาค่าสมการคุณลักษณะ  $P(s)$  ได้ดังสมการที่ (34)

$$P(s) = a_0 \left[ \sum_{i=2}^n \left( \prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{(\gamma_{i-j})^j} \right) (\tau s)^i \right] + \tau s + 1 \quad (34)$$

ขั้นตอนที่ 4 ปรับค่า

### ผลและอภิปราย

ผลออกแบบตัวชดเชยทั้ง 3 วิธีได้ผลดังต่อไปนี้

#### 1. วิธีโลกซ์ของรากของตัวชดเชย PIDA

การออกแบบ จะกำหนดค่า  $T_s = 0.04$  sec และ P.O. = 4% จะได้โพลเด่น  $s_d = -100 \pm j100$  และเลือก  $R = -100, r_1 = 800, r_2 = 1600$  และ  $r_3 = 2400$  จะได้ตัวชดเชยดังสมการที่ (35)

$$G_c(s) = \frac{1.087s^3 + 923.6s^2 + 1.64 \times 10^5 s + 1.43 \times 10^7}{s} \quad (35)$$

#### 2. วิธีการจัดวางตำแหน่งโพลที่มีโครงสร้างแบบสองพารามิเตอร์

การออกแบบ จะกำหนดโพลเด่น ให้อยู่ที่เดียวกับวิธีการออกแบบวิธีที่ 1 และเลือกโพลด้อย (non-dominant pole) อยู่ที่ -1000, -2000 และ -3000

จากการออกแบบ จะได้ตัวชดเชยดังสมการ (36)-(38)

$$L(s) = 1.2 \times 10^{14} (s+2000)^2 \quad (36)$$

$$M(s) = 6.724 \times 10^{10} s^4 + 6.754 \times 10^{13} s^3 + 3.714 \times 10^{16} s^2 + 4.764 \times 10^{18} s + 4.752 \times 10^{20} \quad (37)$$

$$A(s) = 1.119 \times 10^6 s^4 + 1.248 \times 10^{10} s^3 + 5.62 \times 10^{13} s^2 + 5.378 \times 10^{16} s + 4.843 \times 10^{18} \quad (38)$$

3. วิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์

การออกแบบจะกำหนดค่า  $T_s = 0.065$  sec เมื่อทำการออกแบบจะได้ตัวชดเชยดังสมการ (39)-(41)

$$B_c = 1.216 \times 10^5 s^4 + 1.19 \times 10^8 s^3 + 5.376 \times 10^{10} s^2 + 7.167 \times 10^{12} s + 5.83 \times 10^{14} \quad (39)$$

$$A_c = s^4 + 1.203 \times 10^4 s^3 + 7.2 \times 10^7 s^2 + 7.18 \times 10^{10} s + 6.1 \times 10^{12} \quad (40)$$

$$B_a = 5.894 \times 10^{14} \quad (41)$$

ผลตอบสนองของระบบที่ใช้ตัวชดเชยทั้งสามวิธีแสดงดังแสดงใน Figure 10

นำตัวชดเชยที่ได้จากการออกแบบทั้งสามวิธีไปใช้

กับอินพุตระดับต่างๆ กัน ได้ผลดังที่รวบรวมนำเสนอไว้ใน

Table 2

โดยที่  $T_r$  = เวลาในการไต่ระดับ (rise time)

$E_{ss}$  = เปอร์เซ็นต์ค่าความคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงตัว (percent of steady state error)

จากการออกแบบตัวชดเชย และทำการจำลองสถานการณ์ของระบบ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ตัวชดเชยที่ได้จากการออกแบบเมื่อดูผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราว เปรียบเทียบกันระหว่างตัวชดเชยทั้ง

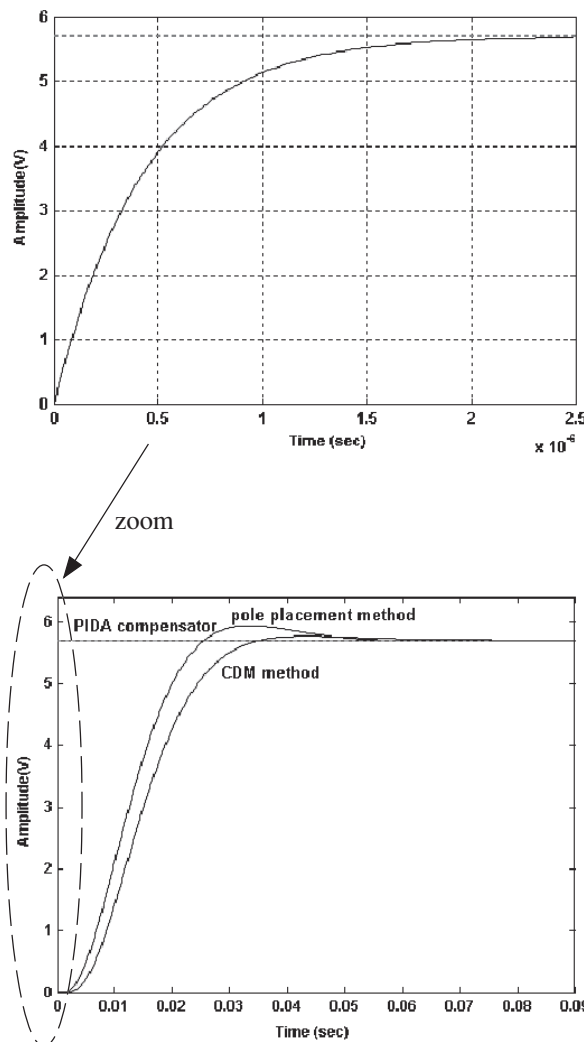


Figure 10. Step response of compensated system (5.7 volt input corresponding to 815 rpm).

สามแบบดังแสดงใน Table 1, 2 และ 3 พบว่าวิธีล็อกสของ รากของตัวชดเชย PIDA ให้ผลตอบสนองที่ดีที่สุด แต่ ระบบที่มีตัวชดเชยนี้จะมีการตัดทอนโพลด้วยซีโร ซึ่งไม่ เหมาะสมในทางปฏิบัติ (สรวุฒิ, 2541; Lumkes, 2002) ยกเว้นแต่จะมีการใช้กลไกการปรับตัวแบบออนไลน์ (on-line adaptation)

2. เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวชดเชยที่ได้จากวิธีที่ 2 และ 3 ดังแสดงใน Table 2 พบว่า วิธี CDM จะให้ ค่า P.O. ที่ต่ำกว่ามาก ส่วนค่า Tr, Ts และ  $E_{ss}$  มีค่าไม่ แตกต่างกันมากนัก ดังนั้นจึงสรุปว่า ตัวชดเชยที่ได้จากวิธี CDM จะมีความเหมาะสมกับการแก้ปัญหารีโซแนนซ์การ บิดในระบบคู่ควบเชิงกล

### สรุป

การหาแบบจำลองของระบบคู่ควบเชิงกลให้ใช้งาน ที่ย่านการทำงาน 2.7-8.0 โวลต์ พบว่าแบบจำลองที่ใช้เป็น แบบจำลองเฉลี่ยยังคงมีความคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงตัว ในการออกแบบตัวชดเชยเพื่อกำจัดรีโซแนนซ์การบิด จะ เลือกอินพุตที่มีค่าความคลาดเคลื่อนเอาต์พุตที่สภาวะคงตัว

ที่น้อยที่สุด (อินพุตเท่ากับ 5.7 โวลต์) มาใช้เป็นปัจจัยหนึ่ง ในการพิจารณาการออกแบบ การกำจัดค่าความคลาด- เคลื่อนที่สภาวะคงตัวของระบบกระทำได้ด้วยอัตราขยาย บ้อนกลับแบบธรรมดา ต่อมาได้ดำเนินการออกแบบตัว ชดเชยสามวิธี แล้วนำระบบที่มีตัวชดเชยมาทำการจำลอง สถานการณ์ด้วยโปรแกรม MATLAB เพื่อเปรียบเทียบ ผล จะพบว่าการออกแบบตัวชดเชยด้วยวิธีแผนผังค่า สัมประสิทธิ์เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบคู่ควบเชิง กลที่สนใจ

### เอกสารอ้างอิง

กองพัน อารักษ์, สรวุฒิ สุจิตจร, อาทิตย์ ศรีแก้ว, และ ไยธิน เปรมปราณีรัชต์. 2544. การระบุเอกลักษณ์ไม่เป็นเชิง เส้นด้วยวิธีการค้นหาแบบตามูลสำหรับระบบสองมวล ความเฉื่อย. ว.เนคเทค 2(9): 88-99.

ชัชชัย อุทัยสิน. 2543. การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล โดยใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขา วิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยี พระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง.

Table 2. Summary of performance (compensated).

input (volt)	PIDA compensator				Pole placement method with two parameter configuration				CDM method			
	Tr (sec)	Ts (sec)	P.O.	Ess (%)	Tr (sec)	Ts (sec)	P.O.	Ess (%)	Tr (sec)	Ts (sec)	P.O.	Ess (%)
2.7	9.46×10 <sup>-7</sup>	1.67×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.014	0.0457	8.85	-0.481	0.0166	0.0485	4.23	-0.556
3.1	1.11×10 <sup>-6</sup>	1.97×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0143	0.0456	7.86	-0.387	0.017	0.0476	3.5	-0.439
3.5	1.19×10 <sup>-6</sup>	2.1×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0144	0.0456	7.42	-0.343	0.0171	0.0471	3.19	-0.394
3.9	1.29×10 <sup>-6</sup>	2.28×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0145	0.0455	6.84	-0.282	0.0174	0.0461	2.77	-0.333
4.3	1.44×10 <sup>-6</sup>	2.54×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0148	0.0452	6.04	-0.209	0.0177	0.0437	2.22	-0.247
4.7	1.57×10 <sup>-6</sup>	2.76×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.015	0.0449	5.38	-0.128	0.0181	0.0302	1.8	-0.174
5.1	1.67×10 <sup>-6</sup>	2.94×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0152	0.0446	4.87	-0.078	0.0183	0.0308	1.48	-0.116
5.5	1.75×10 <sup>-6</sup>	3.08×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0154	0.0422	4.48	-0.036	0.0185	0.0314	1.26	-0.069
5.7	1.81×10 <sup>-6</sup>	3.18×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0155	0.044	4.21	0.000	0.0187	0.0318	1.11	-0.035
5.9	1.82×10 <sup>-6</sup>	3.32×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0155	0.0439	4.16	0.000	0.0187	0.0318	1.08	-0.031
6.3	1.91×10 <sup>-6</sup>	3.36×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0157	0.0434	3.74	0.063	0.019	0.0325	0.865	0.025
6.7	1.97×10 <sup>-6</sup>	3.46×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.158	0.043	3.48	0.090	0.0191	0.033	0.745	0.058
6.9	1.99×10 <sup>-6</sup>	3.5×10 <sup>-6</sup>	0.01	0	0.0158	0.0429	3.38	0.116	0.0192	0.0331	0.722	0.065
7.1	2.02×10 <sup>-6</sup>	3.55×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0159	0.0426	3.24	0.127	0.0192	0.0332	0.698	0.071
7.5	2.05×10 <sup>-6</sup>	3.61×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.016	0.0424	3.11	0.147	0.0193	0.0334	0.641	0.089
8	2.1×10 <sup>-7</sup>	3.69×10 <sup>-6</sup>	0	0	0.0161	0.0419	2.92	0.175	0.0194	0.0337	0.585	0.107

- นันทวัฒน์ วิรัชพิสิฐ และ อานุกาฬ พงษานุสรณ์. 2542. การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีแผนผังสัมประสิทธิ์. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- วิทยา ทิพย์สุวรรณพร, สุพรรณ กุลพาณิชย์ และ เกียรติอนันต์ สุขชู. 2541. การสร้างตัวควบคุม PIDA สำหรับควบคุมความเร็วมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกกระตุ้น. วิศวกรรมลาดกระบัง, 14(2): 49-56.
- สรารุณี สุจิตจร. 2541. การออกแบบและอนุวัตระบบควบคุมด้วยการจัดวางตำแหน่งซีโร. ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ.
- Chen, C.T. 1993. Analog & digital control system design transfer function, state space & algebraic methods. Forth Worth: Saunders College.
- Chen, C.T. and Seo; B. 1990. Application of the linear algebraic method for control system design. IEEE Contr. Syst. Mag. Jan.: 43-47.
- Fujikawa, K., Yang, Z.Q., Kobayashi H., and Koga, T. 1991. Robust and fast speed control for torsional system based on state-space method. Proc. IEEE EECON' 91: 687-692.
- Hori, Y., Sawada, H., and Chun, Y. 1999. Slow resonance ratio control for vibration suppression and disturbance rejection in torsional system. IEEE Trans. Industrial Electronics, 46(1): 162-168.
- Ji, J.K., Lee, D.C., and Sul, S.K. 1993. LQG based speed controller for torsional vibration suppression in 2-Mass system. Proc. IEEE IECON' 93: 1157-1162.
- Jung, S., and Dorf, R.C. 1996. Analytic controller design technique for a third order system. Proc. of the 35<sup>th</sup> Conference on Decision and Control Kobe, Japan.: 2513-2517.
- Ljung, L. 1995. System identification toolbox for use with MATLAB. The Math Works, Inc.
- Ljung, L. 1987. System identification theory for the user. Prentice Hall Inc.
- Lumkes, J.H., 2002. Control strategies for dynamic systems: design and implementation, Marcel Dekker, Newyork.
- Manabe, S. 1998. Coefficient Diagram Method. The 14<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. August: 24-28.
- Song, S.H., Ji, J.K., Sul S.K., and Park, M.H. 1993. Torsional vibration suppression control in 2-mass system by state feedback speed controller. Proc. IEEE CCA' 93: 129-134.
- Sujitjorn, S., U-Thaiwasin, C., Prempraneerat, Y. 2000. Torsional resonance suppression via pole-zero assignment. Proc. of the IASTED Int. Con. On Modeling Control Identification and Control, Innsbruck, Austria, Feb.: 288-292.