นิพนธ์ต้นฉบับ

การกระจายความเค้นในเนื้อยางของรอยต่อชน

เจริญยุทธ เดชวายุกุล[1] วิริยะ ทองเรือง[2] และ วิภู พิวัฒน์[3]

Abstract

Dechwayukul, C., Thongruang, W. and Piwat, W.

Stress distributions in rubber butt-joints bonding

Songklanakarin J. Sci. Technol., 2007, 29(4) : 1049-1068

The objective of this research is to investigate the effect of shear modulus of thin adhesive layer on stress distributions and deformations in rubber butt-joints with Finite Element Method (FEM) and shape factor. The research methods comprise of three important tasks. First, the material properties of adhesive layer and rubber are figured out in order to use in 3-D FEM models of the rubber butt joint. Second, the FEM models are verified with experiments in order to evaluate the accuracy. Third, the effect of shear modulus of thin adhesive layer is studied from FEM models. The finding of this research indicates that the shear modulus of thin adhesive layer and shape factor of the rubber joint increases the resistance of lateral deformation and hydrostatic pressure in rubber butt-joints.

Key words : rubber, bonded butt-joint, thin adhesive layers, finite element analysis

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Prince of Songkla University, Hat Yai, Songkhla, 90112 Thailand.

[1]Ph.D. (Mechanical Engineering) ผู้ช่วยศาตราจารย์ [2]Ph.D. (Materials Science and Engineering) ผู้ช่วยศาตราจารย์ [3]นักศึกษาปริญญาโทหลักสูตร วศ.ม. สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ อำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา 90112

Corresponding e-mail: dechwac@me.psu.ac.th

รับต้นฉบับ 19 กันยายน 2549 รับลงพิมพ์ 2 มีนาคม 2550

บทคัดย่อ

เจริญยุทธ เดชวายุกุล วิริยะ ทองเรือง และ วิภู พิวัฒน์
การกระจายความเค้นในเนื้อยางของรอยต่อชน
ว. สงขลานครินทร์ วทท. 2550 29(4) : 1049-1068

งานวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการเปลี่ยนแปลงความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาวบางและตัวประกอบรูปทรงของชิ้นงานยางที่ต่อแบบชน ต่อการกระจายความเค้นและการเปลี่ยนรูปในเนื้อยางเมื่อรับแรงกดโดยใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ขั้นตอนในการวิจัย ประกอบด้วย การทดสอบการยืดตัวของยางและกาวเพื่อกำหนดพฤติกรรมของวัสดุในต้นแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ การยืนยันความถูกต้องของต้นแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์โดยการเปรียบเทียบกับผลการทดสอบชิ้นงานจริง และการศึกษาตัวแปรต่าง ๆ ที่มีผลต่อการกระจายความเค้นจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ จากการศึกษาพบว่าการเพิ่มการเหนี่ยวรั้งหรือการต้านทานไม่ให้เนื้อยางเกิดการเปลี่ยนรูปในแนวด้านข้าง โดยการเพิ่มค่าความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาว และการเพิ่มค่าตัวประกอบรูปทรงของชิ้นงาน ส่งผลให้เนื้อยางมีการต้านทานในการเปลี่ยนรูปสูงขึ้น ทำให้ค่าความแข็งตึงของชิ้นงานสูงขึ้น รวมถึงทำให้ค่าความเค้นอุทกสถิตในเนื้อยางสูงขึ้นด้วย

มีการใช้สารยืดหยุ่น (elastomer) ซึ่งเป็นกาวชั้นบาง ๆ ติดระหว่างผิวของชิ้นยางโดยการต่อชนกับผิวของโลหะในแบริ่งยาง (rubber bearing) เช่น ยางรองเครื่องจักรเพื่อกันสะเทือน (rubber mounting) ยางรองฐานตึกสูง (rubber base isolator) เพื่อป้องกันการเสียหายของอาคารจากแผ่นดินไหว เมื่อชิ้นยางรับแรงกดเกิดความเค้น (stress) และการผิดรูป (deformation) ชิ้นงานอาจเกิดความเสียหายขึ้นที่ชั้นรอยต่อระหว่างยางกับกาวหรืออาจเกิดขึ้นในเนื้อยาง จากการศึกษาที่ผ่านมา (Yu, 2001; Tsai 2001, 2005; Koh, 2001; Hsiung, 2002; and Banks, 2002) มีการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์หาคำตอบตรงของแบริ่งยางรูปทรงต่าง ๆ เช่น ทรงกระบอก และแผ่นกลม ฯลฯ โดยเน้นศึกษาการเปลี่ยนรูปของชิ้นยางต่อแรงประเภทต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนารอยต่อให้เหมาะสมกับการรับแรง ต่อมาเริ่มมีการศึกษาผลของชั้นกาวในรอยต่อประเภทนี้ (สมชาย, 2548) โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method) ทำนายพฤติกรรมการเฉือนและการกดเฉือนของแบริ่งยาง พบว่าความเค้นเฉือนไม่ขึ้นกับตัวประกอบรูปทรงของแบริ่ง และไม่ขึ้นกับแรงกดที่กระทำต่อแบริ่ง อย่างไรก็ตามงานดังกล่าวข้างต้นยังไม่ได้ศึกษาถึงการเปลี่ยนแปลงของความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาวบางและการเปลี่ยน แปลงตัวประกอบรูปทรงของชิ้นงานว่ามีผลอย่างไรต่อการกระจายของความเค้นและการเปลี่ยนรูปในเนื้อยางเมื่อรับแรงกด

การศึกษาครั้งนี้เป็นการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ผลของชั้นกาวบางต่อการกระจายความเค้นและการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานต่อแบบชน หลักการวิเคราะห์นี้สามารถกำหนดพฤติกรรมของยางที่มีความสามารถในการยืดตัวเกิน 100% และคืนสู่รูปเดิมได้เมื่อไม่มีแรงกระทำ โดยแรงที่ใช้และการยืดตัวเป็นแบบไม่เชิงเส้น (hyperelastic and nonlinear materials) พฤติกรรมของยางดังกล่าวกำหนดในรูปของพลังงานความเครียด (strain energy) ซึ่งได้จากการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของยางชิ้นยางในห้องปฏิบัติการ ประโยชน์ของการศึกษานี้สามารถนำไปใช้ในการออกแบบรอยต่อชนโดยคำนึงถึงผลของกาวที่มีต่อการกดยางและการยืดตัวของยางให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

ทฤษฎีพื้นฐาน

1. โมเดลวัสดุของยาง

วัสดุไฮเปอร์อีลาสติก (hyperelastic meterial) เช่น ยาง มีการยืดตัวภายใต้แรงเป็นแบบไม่เชิงเส้น มีความยืดหยุ่นสูงสามารถยืดตัวได้เกิน 100% ภายใต้การดึงและเมื่อปล่อยแรงออกสามารถคืนรูปกลับมาที่ความยาวเดิมได้ ซึ่งสามารถกำหนดพฤติกรรมแบบนี้ในรูปของพลังงาน

ความเครียดของเนื้อยางต่อหน่วยปริมาตรได้ และพลังงานดังกล่าวสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการโพลินอเมียน (ABAQUS/ Standard User's Manual, 1998) ดังแสดงในสมการ (1) โดยสมมติให้ยางเป็นของแข็งที่มีสมบัติการอัดตัวไม่ได้ (incompressible solid) กล่าวคือ ไม่มีการเปลี่ยนรูปและปริมาตรภายใต้ความดันและอุณหภูมินั่นเอง

$$U = \sum_{i+j=1}^{N} C_{ij}(I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \qquad (1)$$

เมื่อ U คือ พลังงานความเครียดในเนื้อยางต่อหน่วยปริมาตร, N คือดีกรีของสมการโพลินอเมียน, C_{ij} คือค่าคงที่ของวัสดุ และ I_1 และ I_2 คือค่าคงตัวความเครียด (strain invariants) $I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ และ $I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2$ โดย λ_1, λ_2 และ λ_3 คืออัตรายืดตัวของยางในแนวแกนหลัก (stretch ratio) และเมื่อ N = 2

$$U = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_1 - 3) + C_{02}(I_2 - 3)^2 \qquad (2)$$

2. การกำหนดชั้นกาวบางในแบบจำลองไฟไนเอลิเมนต์

การกำหนดชั้นกาวบางในต้นแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ทำโดยหลักการ TALA (Thin Adhesive Layer Analysis) (Dechwayukul *et al.*, 2003) Figure 1 แสดงการเปลี่ยนชั้นกาวเป็นสปริงเอลิเมนต์หลายๆ ตัวยึดระหว่างผิวสัมผัส ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของกาวจากการทดสอบรวมถึงความหนาและพื้นที่สัมผัสที่กาวติดอยู่สามารถเปลี่ยนเป็นพฤติกรรมความต้านทานของชั้นกาวได้ โดยสมมุติว่าชั้นกาวมีความบางมาก มีเฉพาะ σ_z, และ τ_{zx}, τ_{zy} เท่านั้นที่กระทำบนพื้นที่ A_i พิจารณาสปริงที่ต่อระหว่างจุด a และ b ความเค้นในแนวตั้งฉากกับผิว σ_z เปลี่ยนเป็นแรงในแนวตั้งฉากกับพื้นที่ผิว ขณะที่ τ_{zx} และ τ_{zy} ถูกเปลี่ยนเป็นแรงเฉือนในแนวขนานกับผิว ε_z, γ_{zx}, γ_{zy}

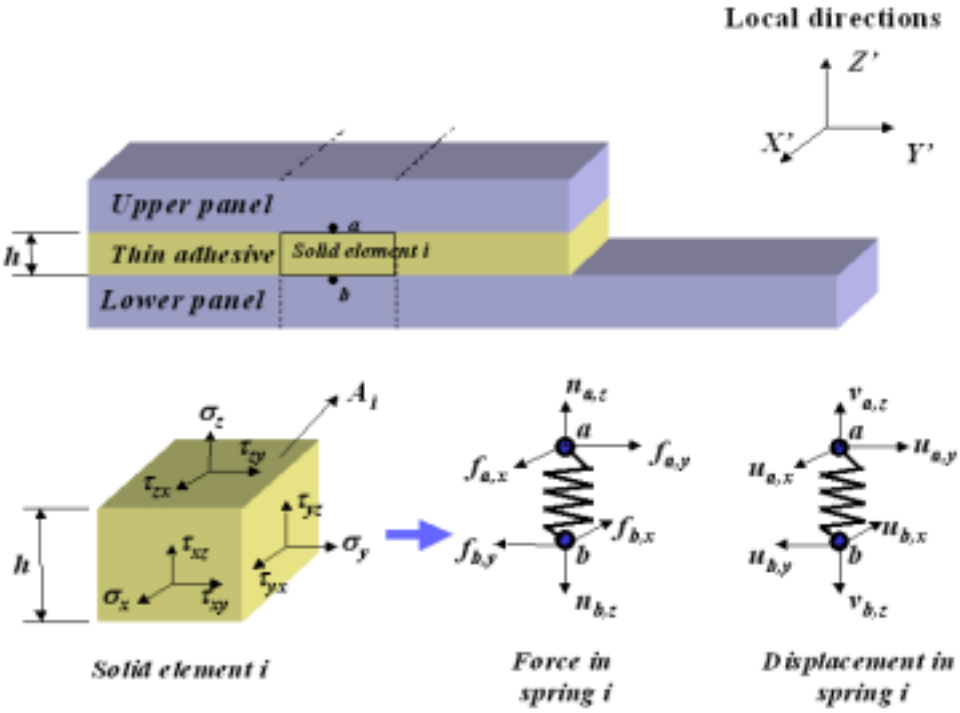

Figure 1. Spring element and thin adhesive layer

เปลี่ยนเป็นการเคลื่อนตัวของสปริงในแนวตั้งฉากกับผิว และในแนวเฉือนตามลำดับ สมการ 3 ถึง 5 แสดงการเปลี่ยนความเค้นและความเครียดในเอลิเมนต์สามมิติของชั้นกาวบางเป็นแรงและการเคลื่อนที่ในสปริงเอลิเมนต์

$$\sigma_z = E\varepsilon_z \quad (3)$$

$$F_{n,i} = K_{n,i}v_{n,i} \quad (4)$$

$$K_{n,i} = E\frac{A_i}{h} \quad (5)$$

เมื่อ $F_{n,i}$ คือ แรงลัพธ์ในแนวตั้งฉากของสปริง, $v_{n,i}$ คือ การเคลื่อนตัวของสปริงในแนวตั้งฉาก, $K_{n,i}$ คือ ความแข็งตึง (stiffness) ของสปริงในแนวตั้งฉาก, E คือ มอดูลัสยืดหยุ่นของกาว (elastic modulus of adhesive), ในกรณีการเฉือนเมื่อสมมติให้ชั้นกาวเป็นวัสดุแบบไอโซโทรปิค (isotropic):

$$\tau_{zx} = G\gamma_{zx} \quad (6)$$

$$F_{f,i} = K_{f,i}u_{f,i} \quad (7)$$

$$K_{f,i} = G\frac{A_i}{h} \quad (8)$$

เมื่อ $F_{f,i}$ คือ แรงลัพธ์ในแนวเฉือน, $U_{f,i}$ คือ การเคลื่อนตัวของสปริงในแนวเฉือน, $K_{f,i}$ คือ ความแข็งตึงเฉือน (shear stiffness) ของสปริงในแนวเฉือน, G คือ มอดูลัสเฉือนของกาว (shear modulus of adhesive)

ขั้นตอนการวิจัย

1. การทดสอบสมบัติทางกลของยาง

เป็นการทดสอบเพื่อกำหนดพฤติกรรมการเปลี่ยนรูปของยางต่อแรงกดในต้นแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการนำตัวอย่างชิ้นยางทดสอบขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 29 มม. หนา 12.5 มม. แสดงใน Figure 2 หาความสัมพันธ์ระหว่างแรงกด (uniaxial compression test) กับระยะยุบตัวของชิ้นยางด้วยเครื่องทดสอบความแข็งแรงของวัสดุแบบเอนกประสงค์ (universal testing machine) โดยทดสอบตามมาตรฐาน "Standard Test Method for Rubber Properties - Compression Set" [ASTM D 395-78 1978] ที่อัตราการกดคงที่ 100 มม./นาที ใช้สารหล่อลื่นระหว่างชิ้นงานและหัวกดชุบโครเมียมเพื่อให้แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นน้อยที่สุด

2. การทดสอบสมบัติทางกลของกาว

การทดสอบสมบัติทางกลของกาวประกอบด้วยการทดสอบหาค่าความต้านทานแรงดึงและความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาว ตามมาตรฐาน "Testing methods for tensile strength of adhesive bonds" [JIS K 6849-1994] และมาตรฐานของ "Testing methods for shear strength of adhesive bonds" [JIS (Japan Industrial Standard) K 6850-1994] ตามลำดับ โดยชั้นกาวทดสอบมีความหนา 200 ไมครอนสำหรับเป็นข้อมูลในการกำหนดพฤติกรรมของชั้นกาวในแบบจำลองทางไฟไนเอลิเมนต์ กาวที่ใช้ในงานวิจัยมีสองประเภทคือกาวยาง (rubber glue) ซึ่งเป็นกาวที่มีความแข็งแรงต่ำและกาวแห้งเร็ว (instant glue) ซึ่งเป็นกาวที่มีความแข็งแรงสูงทดสอบที่อัตราการดึงคงที่ 50 มม./นาที

3. การยืนยันความถูกต้องของต้นแบบจำลอง

วัตถุประสงค์เพื่อให้แน่ใจว่าแบบจำลองไฟไนเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นตามลักษณะชิ้นงานทดสอบจริงและใช้พฤติกรรมของยางและกาวที่ได้จากการทดสอบให้ผลคำนวณถูกต้อง การยืนยันผลการคำนวณทำการเปรียบเทียบค่าการหดตัวในแนวแรง (vertical deformation) และค่าการยืดตัวในแนวตั้งฉากกับแรง (lateral deformation) โดยมีขั้นตอนและผลดังนี้

3.1 การสร้างชิ้นงานและการทดสอบ

สร้างชิ้นงานจากยางธรรมชาติชนิดเดียวกับที่ทดสอบในหัวข้อ 1 ลักษณะเป็นแผ่นกลมสามขนาดคือเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 มม. หนา 10 มม. เส้นผ่าศูนย์กลาง 40

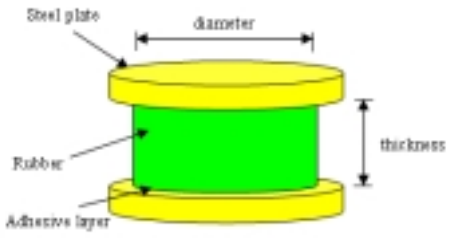

Figure 2. Circular rubber butt-joint

มม. หนา 18 มม. และเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 มม. หนา 30 มม. ต่อแบบชนกับแผ่นโลหะทั้งสองด้านด้วยกาวที่ทดสอบสมบัติทางกลทั้งสองชนิด นำชิ้นงานทดสอบรับแรงอัดแบบคล้ายสถิต (Quasi-static) ในแนวตั้งฉากกับชิ้นงาน ทำการวัดการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวแรงและการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวตั้งฉากกับแรง ดัง Figure 3.

3.2 การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

สร้างและวิเคราะห์แบบจำลองด้วยโปรแกรม ABAQUS Standard version 5.7 เนื่องจากชิ้นงานจริงมีความสมมาตรรอบแกนหมุนจึงสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์สามมิติเฉพาะหนึ่งในสี่ส่วนดังแสดงใน Figure 4 กำหนดให้ระนาบตัดสามารถเคลื่อนตัวในแนวรัศมีได้เท่านั้น การกำหนดจำลองชั้นกาวที่ยึดระหว่างยางกับแผ่นโลหะใช้สปริงเอลิเมนต์ SPRING2 (spring element) ตามหลักการ TALA สมบัติของสปริงเอลิเมนต์จะเปลี่ยนแปลงตามพื้นที่การยึดติด และการจำลองยางในแบบจำลองใช้โซลิดท์เอลิเมนต์แบบ C3D6H (6 nodes linear triangular prism, hybrid constant pressure) กับแกนกลางของยางและส่วนที่เหลือใช้แบบ C3D8RH (8 nodes linear brick, hybrid constant pressure) พฤติกรรมทางกลของยางถูกกำหนดด้วยสมการพลังงานความเครียดดังแสดงในสมการที่ 2 และค่าคงที่ของสมการได้จากการ fit curve จากสมการที่ 9 และข้อมูลในการ fit curve ได้มาจากการทดลองกดยางจากเครื่องทดสอบ การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทำโดยการเปรียบเทียบกับการทดลองโดยศึกษาเปรียบเทียบจากการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวแรงและการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวตั้งฉากกับแรงเมื่อแบบจำลองรับแรงกด

Figure 3. Lateral deformation measuring

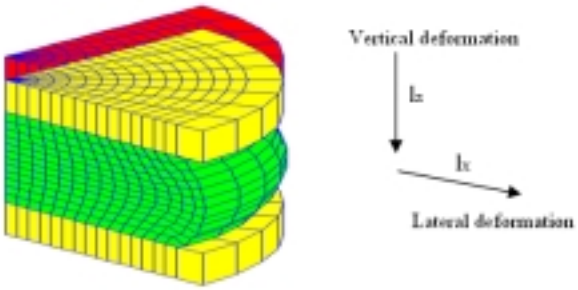

Figure 4. Finite element model of circular rubber butt-joint

(Color figure can be viewed in the electronic version)

ผลการทดลอง

1. สมบัติทางกลของยาง

ผลการทดสอบหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในแนวแกนเดียว ตามมาตรฐานของ ASTM D 395-78 ของชิ้นงานยางลักษณะแบบแผ่นกลม (circular disk) 5 ชิ้นตัวอย่างคือ CCF_01, CCF_02, CCF_03, CCF_04 และ CCF_05 แสดงผลในรูปดัง Figure 5 พบว่าค่าที่ได้ใกล้เคียงกันทั้ง 5 ชิ้นและเมื่อนำข้อมูลทั้งหมดมาหาค่าเฉลี่ยในเทอมของสมการโพลินอเมียลกำลังสามแสดงดังเส้นกราฟ CCF_00 มีค่าสหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient, r^2) เท่ากับ 0.9964

2. ค่าสัมประสิทธิ์พลังงานความเครียด

สัมประสิทธิ์ของสมการพลังงานความเครียดสำหรับกำหนดพฤติกรรมของยางในต้นแบบไฟไนเอลิเมนต์ ได้จากการนำคู่ลำดับความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดที่ได้จากการทดสอบแรงกดมาพล็อตและหาสัมประสิทธ์จากสมการพลังงานความเครียดที่ใช้ตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$\sigma_U = 2(1-\lambda_U^{-3})[C_{10}\lambda_U + C_{01} + 2(I_1-3) + C_{11}(I_1-3) + \lambda_U(I_2-3) + 2C_{02}(I_2-3)] \quad (9)$$

เมื่อ

σ_U คือ ค่าความเค้นในแนวแรง

λ_U คือ อัตราการยืดตัวในแนวแรง

$C_{10}, C_{01}, C_{02}, C_{11}, C_{02}$ คือสัมประสิทธิ์พลังงานความเครียด

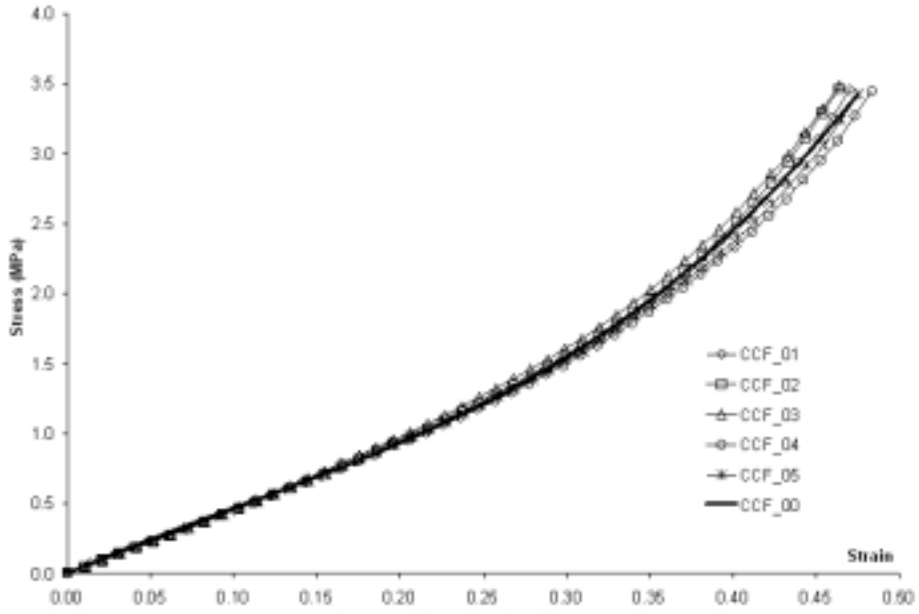

Figure 5. Uniaxial compression testing

I คือ Three Invariants of the Green Deformation Tensor

และจากการ fit curve ได้ค่าสัมประสิทธิ์พลังงานความเครียดมีหน่วย MPa ดังนี้

$$C_{10} = 2.834, C_{01} = -1.986, C_{02} = 2.013,$$
$$C_{11} = -1.311, C_{02} = 0.318$$

3. สมบัติทางกลของกาว

ผลการทดสอบสมบัติทางกลของกาวที่ใช้ในงานวิจัยทั้งสองชนิดแสดงใน Table 1

Table 1. Modulus of thin adhesive layer

adhesive	Elastic Modulus (E)	Shear Modulus (G)
Rubber Glue (ACT No. 354 H)	1.128 MPa	0.154 MPa
Instant Glue (LOCTITE No. 380)	5.8 MPa	2.6 MPa

4. การเปรียบเทียบผลจากการทดสอบและแบบจำลอง

นำผลที่ได้จากการทดสอบชิ้นงานจริงเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ คำนวณหาร้อยละของความแตกต่างเฉลี่ยตลอดช่วงความเครียดที่พิจารณาคือ 0 ถึง 30% ด้วยสมการที่ 10 (วิไลพร และคณะ, 2545)

$$\%difference = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\left|l_{x(fea)} - l_{x(\exp)}\right|}{l_{x(\exp)}} \qquad (10)$$

เมื่อ $l_{x(\exp)}$ คือระยะการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวตั้งฉากกับแนวแรงที่ได้จากแบบจำลอง คือระยะการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวตั้งฉากกับแนวแรงที่ได้จากการทดลอง N คือจำนวนคู่ลำดับความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนรูปของชิ้นงานในแนวตั้งฉากกับแนวแรงและในแนวแรง

ผลเปรียบเทียบค่าระยะการยืดตัวออกด้านข้าง (l_x) กับการยุบตัวในแนวแรง (l_z) ของเนื้อยางที่คำนวณได้จากต้นแบบไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองจริงตามลักษณะการยึดติดและตามขนาดชิ้นงานที่ต่างกันได้ผลดังนี้

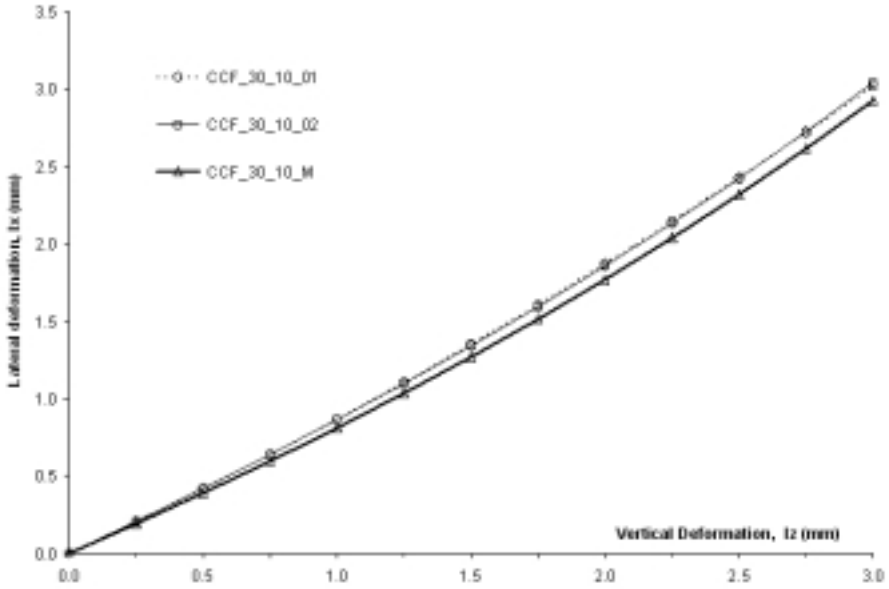

Figure 6. Vertical and lateral deformations of free bonding butt-joint diameter of 30 mm and thickness of 10 mm

การเปรียบเทียบของชิ้นงานขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 มม. หนา 10 มม. ดังแสดงใน Figure 6 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ไม่มีการยึดติดกาว (CCF_30_10_01 และ CCF_30_10_02) เทียบกับแบบจำลอง (CCF_30_10_M) มีค่า 5.00% และ 5.01% ตามลำดับ Figure 7 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ยึดติดด้วยกาวยาง (CCR_30_10_03 และ CCR_30_10_04) เทียบกับแบบจำลอง (CCR_30_10_M) มีค่า 4.44% และ 8.80% ตามลำดับ Figure 8 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ยึดติดด้วยกาวแห้งเร็ว (CCI_30_10_05 และ CCI_30_10_06) เทียบกับแบบจำลอง (CCI_30_10_M) มีค่า 4.76% และ 2.86% ตามลำดับ

การเปรียบเทียบของชิ้นงานขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 40 มม. หนา 18 มม. แสดงใน Figure 9 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ไม่ติดกาว (CCF_40_18_01 และ CCF_40_18_02) เทียบกับแบบจำลอง (CCF_40_18_M) มีค่า 6.64% และ 4.23% ตามลำดับ Figure 10 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ยึดติดด้วยกาวยาง (CCR_40_18_03 และ CCR_40_18_04) เทียบกับแบบจำลอง (CCR_40_18_M) มีค่า 5.42% และ 8.17% ตามลำดับ Figure 11 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ยึดติดด้วยกาวแห้งเร็ว (CCI_40_18_05 และ CCI_40_18_06) เทียบกับแบบจำลอง (CCI_40_18_M) มีค่า 4.86% และ 6.10% ตามลำดับ

การเปรียบเทียบของชิ้นงานขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 มม. หนา 30 มม. แสดง Figure 12 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ไม่ติดกาว (CCF_50_30_01 และ CCF_50_30_02) เทียบกับแบบจำลอง (CCF_50_30_M) มีค่าร้อยละ 4.85% และ 8.49% ตามลำดับ Figure 13 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ยึดติดด้วยกาวยาง (CCR_50_30_03 และ CCR_50_30_04) เทียบกับแบบจำลอง (CCR_50_30_M) มีค่า 5.68% และ 2.75% ตามลำดับ Figure 14 พบว่าความแตกต่างเฉลี่ยของชิ้นงานสองชิ้นที่ยึดติดด้วยกาวแห้งเร็ว (CCI_50_30_05 และ CCI_50_30_06) เทียบกับแบบจำลอง (CCI_50_30_M) มีค่า 4.63% และ 4.69% ตามลำดับ

ผลการศึกษาการกระจายความเค้นจากแบบจำลอง

การกระจายความเค้นจากแบบจำลองศึกษาจากความเค้นของเนื้อยางในเทอมของค่าความดันอุทกสถิต

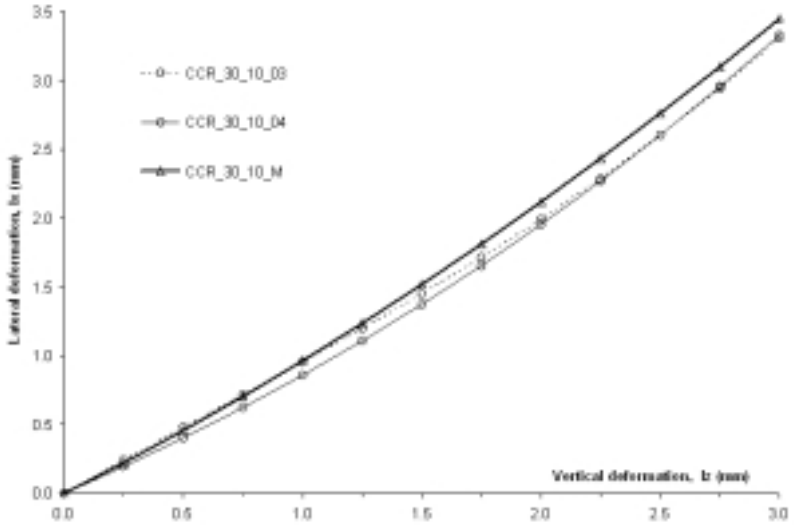

Figure 7. Vertical and lateral deformations of rubber glue bonding butt-joint diameter of 30 mm and thickness of 10 mm

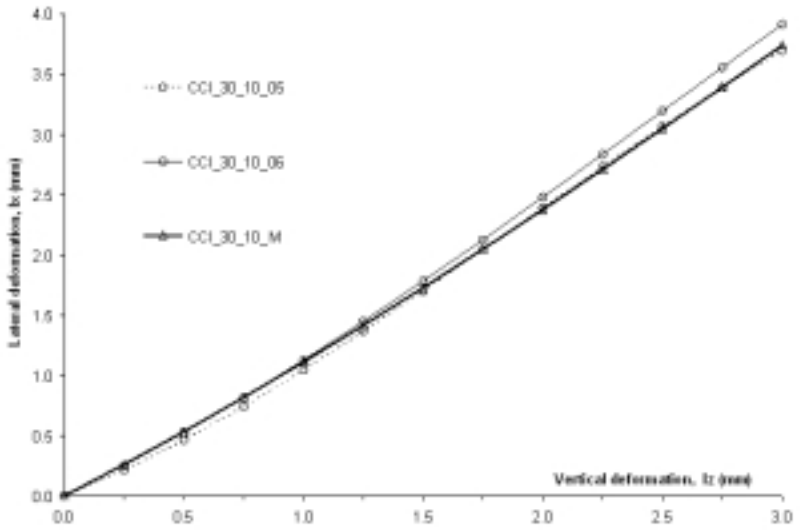

Figure 8. Vertical and lateral deformations of instant glue bonding butt-joint diameter of 30 mm and thickness of 10 mm

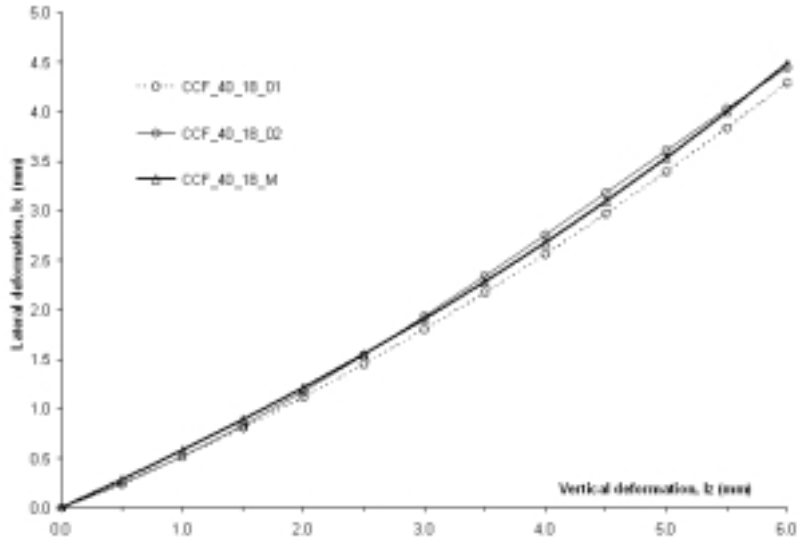

Figure 9. Vertical and lateral deformations of free bonding butt-joint diameter of 40 mm and thickness of 18 mm

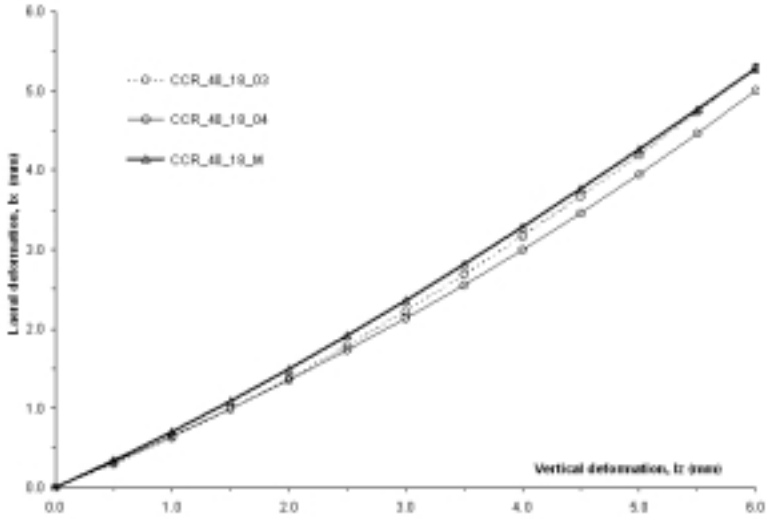

Figure 10. Vertical and lateral deformations of rubber glue bonding butt-joint dia-meter of 40 mm and thickness of 18 mm

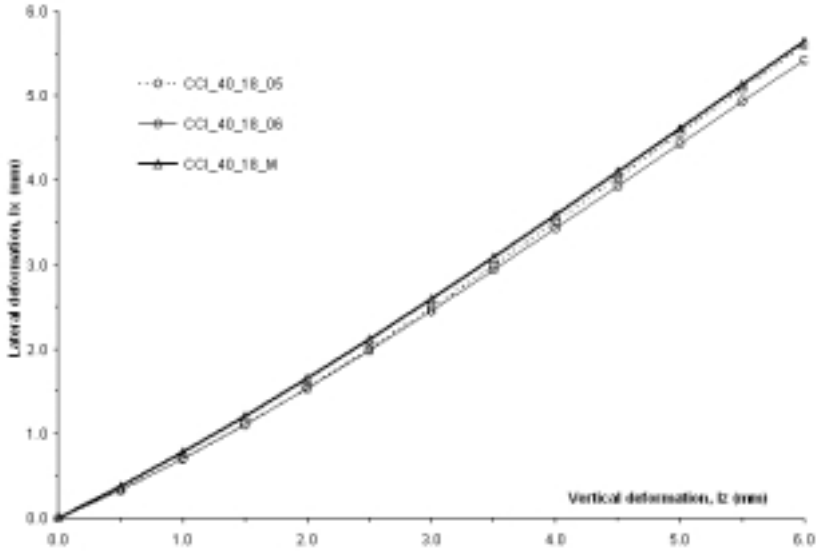

Figure 11. Vertical and lateral deformations of instant glue bonding butt-joint dia-meter of 40 mm and thickness of 18 mm

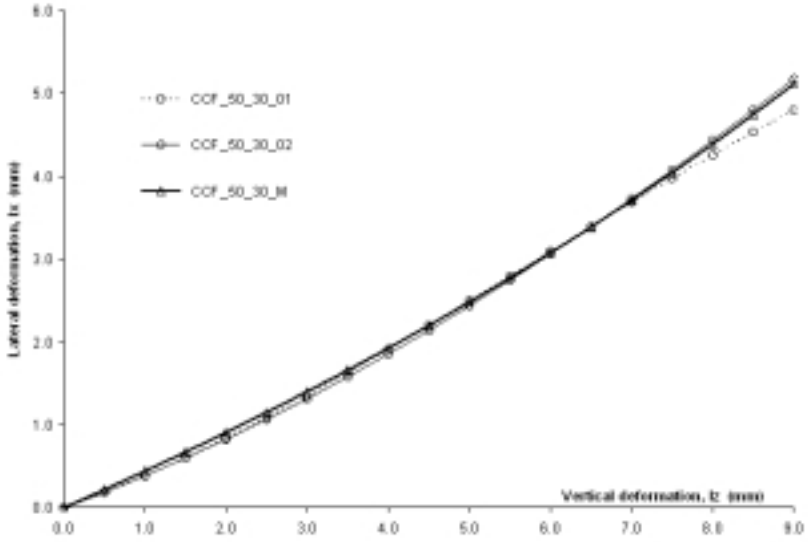

Figure 12. Vertical and lateral deformations of free bonding butt-joint diameter of 50 mm and thickness of 30 mm

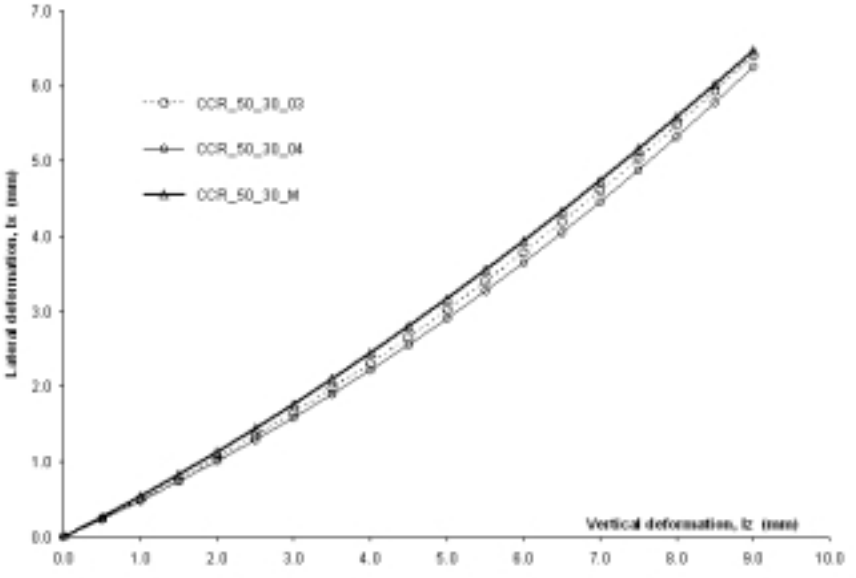

Figure 13. Vertical and lateral deformations of rubber glue bonding butt-joint dia-meter of 50 mm and thickness of 30 mm

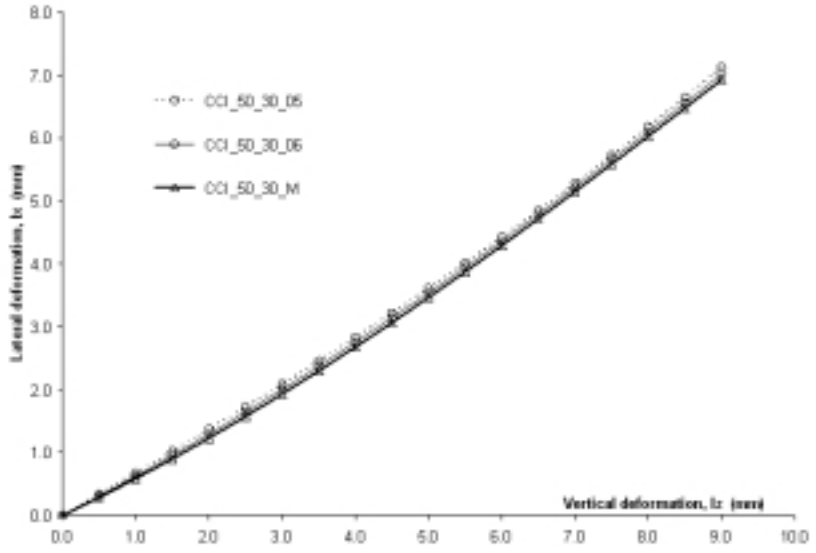

Figure 14. Vertical and lateral deformations of instant glue bonding butt-joint dia-meter of 50 mm and thickness of 30 mm

(hydrostatic pressure) สำหรับชิ้นงานพิกัดทรงกระบอกหรือแผ่นกลมความดันอุทกสถิตเท่ากับ

$$\sigma_h = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} \qquad (11)$$

เมื่อ σ_r คือความเค้นหลักในแนวรัศมี, σ_θ คือความเค้นหลักในแนวเส้นสัมผัส, σ_z คือความเค้นหลักในแนวแรง และ σ_h คือความดันอุทกสถิต การพิจาณาเลือกใช้ความดันอุทกสถิตมาศึกษานั้นเนื่องจากรอยต่อยางที่ศึกษารับแรงกดในแนวแกนจากภายนอก ความเค้นหลักที่เกิดขึ้นในเนื้อยางส่วนใหญ่แล้วเป็นความดัน และจากเกณฑ์วิเคราะห์ความเสียหายด้วยหลักของ Von Mises (W.V. Chang and S.H. Peng, 1992., I.M. Ward, 1983) ได้แนะนำให้คำนึงถึงความดันที่เกิดจากความเค้นหลักต่อความเสียหายในเนื้อวัสดุจำพวกพอลิเมอร์เช่นกัน

1. ลักษณะทั่วไปของการกระจายความเค้นในชิ้นยางแผ่นกลม

Figure 15 แสดงการกระจายของความเค้นในรูปของอัตราส่วนความดันอุทกสถิต (σ_h) กับความดันที่กระทำ (P_a) ในชิ้นยางแผ่นกลมที่ตำแหน่งรัศมีและความลึกในเนื้อยาง เมื่อชิ้นงานรับความดันกดคงที่ 0.745 MPa และมีค่าความเครียดกด (compression strain) 10% พบว่าอัตราส่วนระหว่างความดันอุทกสถิต (σ_h) กับความดันที่กระทำ (P_a) มีความสมมาตรตามแนวลึกคือ การกระจายความเค้นในแนวรัศมีที่ความลึกตั้งแต่ h/t=0 ถึง h/t =0.5 เหมือนกับการกระจายที่ความลึกตั้งแต่ h/t=0.5 ถึง h/t =1 จึงแสดงการกระจายไว้ครึ่งเดียวในรูปนี้ ค่าความเค้นสูงสุดเกิดขึ้นบริเวณใกล้รอยต่อระหว่างกาวกับยาง หรือที่ผิว h/t = 0.958 (ใกล้ 1) และเปรียบเทียบในแนวรัศมีพบว่าความดันอุทกสถิตมีค่าสูงบริเวณแนวจุดศูนย์กลางชิ้นยาง หรือที่รัศมี r/R=0.033 (ใกล้ 0) และพบว่าความดันอุทกสถิตมีค่าสูงบริเวณขอบของรอยต่อระหว่างกาวกับยาง ซึ่งบริเวณดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของเอลิเมนต์มากที่สุด

2. ผลของตัวประกอบรูปทรง (Shape Factor) ต่อการกระจายความเค้นในเนื้อยาง

ตัวประกอบรูปทรงมีความสัมพันธ์กับรูปร่างชิ้นงาน (Imbimbo, 1998) ดังสมการ

$$S = \frac{D}{4t} \qquad (12)$$

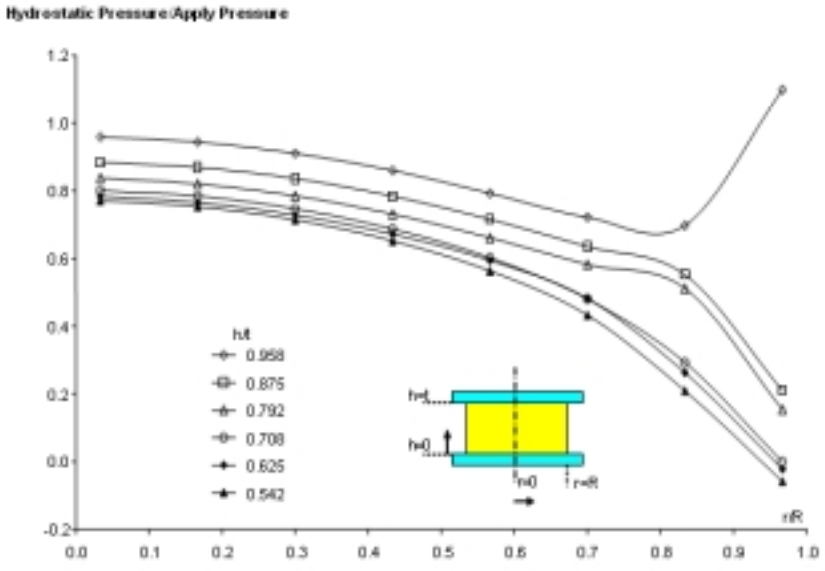

Figure 15. Hydrostatic pressure in circular rubber butt-joint at different depth and radius

เมื่อ S คือ ตัวประกอบรูปทรง (Shape Factor), D คือขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นยาง และ t คือ ความหนาของชิ้นยาง ในการศึกษานี้ทำการจำลองแบบชิ้นงานที่มีตัวประกอบรูปทรงต่างกันคือ ตัวประกอบรูปทรง 0.5 มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 40 มม. หนา 20 มม. ตัวประกอบรูปทรง 0.75 มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 30 มม. หนา 10 มม. ตัวประกอบรูปทรง 1.0 มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 40 มม. หนา 10 มม. และตัวประกอบรูปทรง 1.25 มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 มม. หนา 10 มม. ตามลำดับ และในแต่ละขนาดจำลองมีการยึดติดระหว่างยางและโลหะ 3 แบบ คือ แบบสมบูรณ์คือติดแน่นสนิท (perfect bonding) แบบใช้กาวแห้งเร็วและแบบใช้กาวยาง โดยจำลองสถานการณ์ให้แบบจำลองรับความดันกดคงที่จนชิ้นงานมีความเครียด 10% จากนั้นศึกษาการยึดติดต่าง ๆ กันกับตัวประกอบรูปทรงต่าง ๆ กันต่อการกระจายความเค้นในเนื้อยางบริเวณใกล้รอยต่อระหว่างยางกับโลหะ (h/t = 0.958)

การกระจายความดันอุทกสถิตที่เกิดขึ้นในเนื้อยางที่ใกล้ผิวรอยต่อแสดงใน Figure 16, 17 และ 18 โดยศึกษาที่ตัวประกอบรูปทรงต่างกันคือ 0.5, 0.75, 1.0 และ 1.25 กำหนดความต้านทานแรงดึงและเฉือนของกาวที่ผิวสัมผัสต่างกันดังนี้ Figure 16 ยางกับโลหะมีการยึดติดแบบสมบูรณ์ Figure 17 ยางกับโลหะมีการยึดติดด้วยกาวแห้งเร็ว Figure 18 ยางกับโลหะมีการยึดติดด้วยกาวยาง เมื่อศึกษาการกระจายความดันอุทกสถิตที่ตำแหน่งใด ๆ ตามแนวรัศมีในเนื้อชิ้นยาง ตัวประกอบรูปทรง และลักษณะการยึดติดของชั้นกาวที่เปลี่ยนไป พบว่า ที่ค่าตัวประกอบรูปทรงเท่ากันการยึดติดแบบสมบูรณ์กับแบบกาวแห้งเร็วมีแนวโน้มของการกระจายตัวของความเค้นที่เหมือนกันและมีการกระจายความเค้นที่สูงกว่าการยึดติดด้วยกาวยาง เปรียบเทียบชิ้นยางที่มีการยึดติดแบบเดียวกันที่ตำแหน่งรัศมีเดียวกันพบว่าชิ้นยางที่มีค่าตัวประกอบรูปทรงสูงขึ้นมีค่าความดันอุทกสถิตสูงขึ้นด้วย อย่างไรก็ตามลักษณะการกระจายความเค้นบริเวณใกล้ปลายรัศมีหรือบริเวณใกล้ผิวอิสระมีแนวโน้มการกระจายไม่เหมือนบริเวณอื่น ๆ

3. ผลความต้านทานแรงเฉือนของกาวต่อการกระจายความเค้นในเนื้อยาง

ผลของความต้านทานแรงเฉือนของกาวตามลักษณะการยึดติดที่ต่างกันต่อการกระจายความเค้นในเนื้อยาง ศึกษาจากแบบจำลองชิ้นงานตามตัวประกอบรูปทรงต่างกัน 0.5, 0.75, 1.0 และ 1.25 ที่ความหนาชั้นกาวคงที่เท่ากับ 0.1 มม. และเปลี่ยนสมบัติค่าความต้านทานแรง

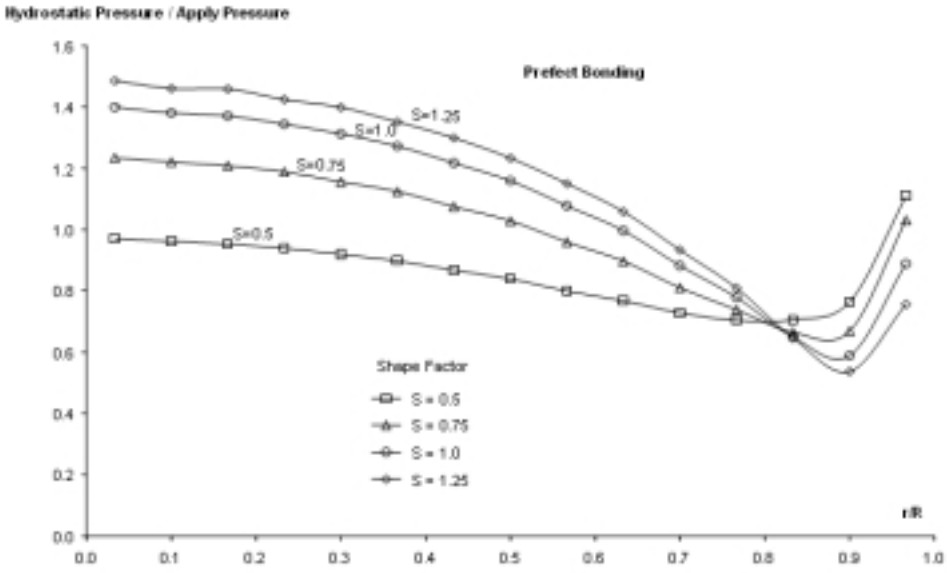

Figure 16. Hydrostatic pressure in the radial direction of perfect bond-ing circular rubber butt-joint at depth h/t = 0.958 and at different shape factor

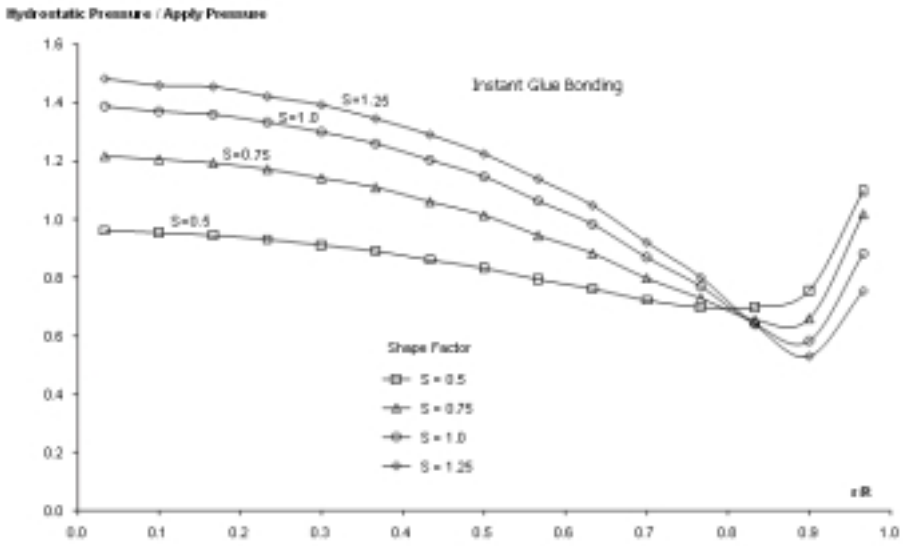

Figure 17. Hydrostatic pressure in the radial direction of instant glue bonding circular rubber butt-joint at depth h/t = 0.958 and at different shape factor

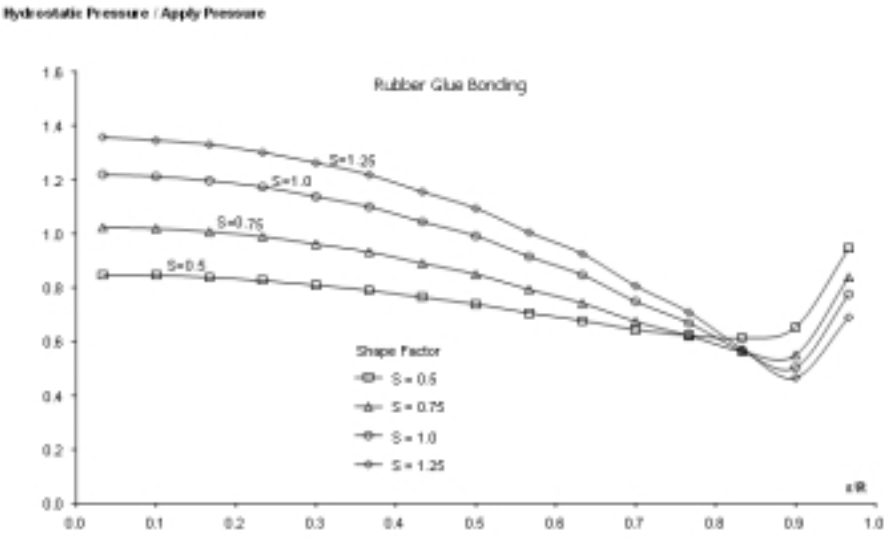

Figure 18. Hydrostatic pressure in the radial direction of rubber glue bonding circular rubber butt-joint at depth h/t = 0.96 and at different shape factor

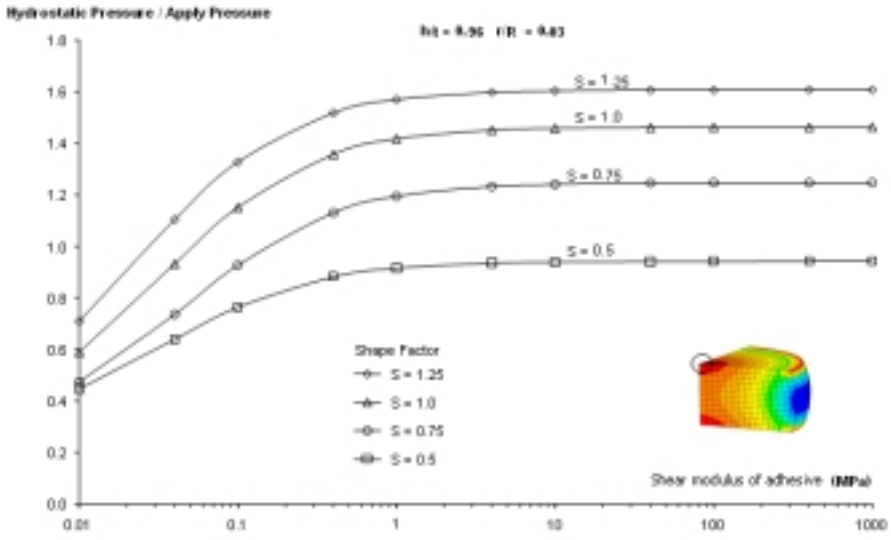

Figure 19. Hydrostatic pressure at depth h/t = 0.96 and r/R = 0.03 at various shear modulus of thin adhesive layer and shape factor.

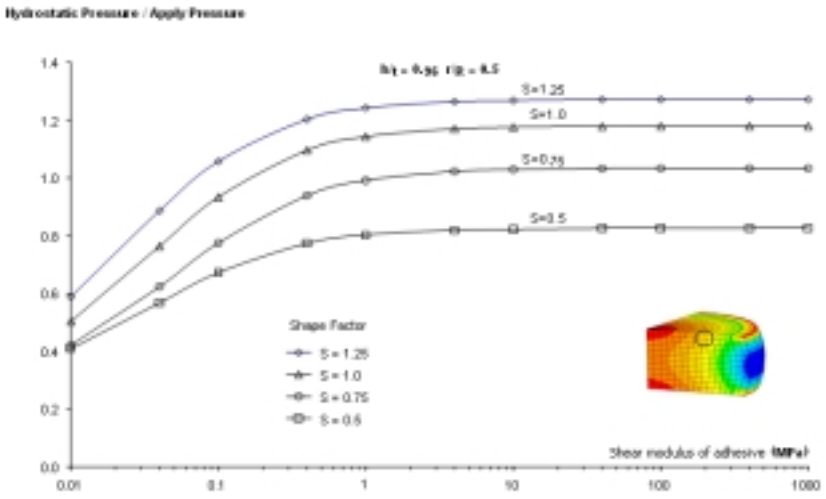

Figure 20. Hydrostatic pressure at depth h/t = 0.96 and r/R = 0.5 at various shear modulus of thin adhesive layer and shape factor.

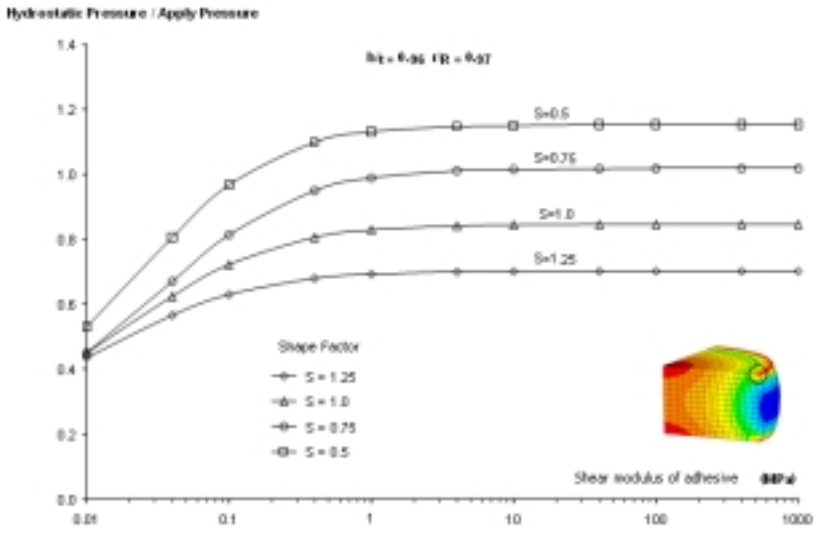

Figure 21. Hydrostatic pressure at depth h/t = 0.96 and r/R = 0.97 at various shear modulus of thin adhesive layer and shape factor.

เฉือนของกาว (G) 0.01, 0.04, 0.1, 0.4, 1, 4, 10, 40, 100, 400 และ 1000 MPa ตามลำดับ โดยรับความดันคงที่ 1.0 MPa และทำการเปรียบเทียบค่าอัตราส่วนระหว่างความดันอุทกสถิตที่เกิด ในเนื้อยางกับความดันที่กระทำ (σ_h / P_a)

ค่าความดันอุทกสถิตที่เกิดขึ้นในเนื้อยางใกล้รอยต่อระหว่างยางกับโลหะ (ที่ h/t = 0.96) ที่ตำแหน่งในแนวรัศมี คือ r/R = 0.03, 0.5 และ 0.97 ตามลำดับแสดงใน Figure 19, 20 และ 21 พบว่าเมื่อเพิ่มความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาวค่าความดันอุทกสถิตเพิ่มขึ้นและมีแนวโน้มคงที่เมื่อกาวที่ใช้มีสมบัติความต้านทานแรงเฉือนสูงกว่า 10 MPa เมื่อเปรียบเทียบ ณ ตำแหน่งในแนวรัศมีเดียวกัน ค่าตัวประกอบรูปทรงที่มากขึ้นมีค่าการกระจายความเค้นที่สูงขึ้นและการกระจายความเค้นสูงสุดเกิดที่แนวจุดศูนย์กลางของเนื้อยาง (r/R = 0.03 ซึ่งใกล้ 0)

4. ผลของกาวต่อความแข็งเชิงกดของชิ้นงาน

ผลของกาวต่อความแข็งเชิงกดของชิ้นงานศึกษาในเทอมความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นทางวิศวกรรม (σ_P) และความเครียด (ε) จากแบบจำลองของชิ้นงานยางโดยเปรียบเทียบตามลักษณะการยึดติดระหว่างกาวและโลหะ

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของชิ้นงานแสดงใน Figure 22, 23, 24 และ 25 พบว่ารอยต่อที่ยึดติดแบบสมบูรณ์มีค่าความแข็งเชิงกดสูงสุดและใกล้เคียงกับรอยต่อที่ยึดติดด้วยกาวแห้งเร็ว สำหรับรอยต่อที่ยึดติดด้วยกาวยาง และชิ้นงานที่ไม่มีการยึดติดมีความแข็งเชิงกดลดลงตามลำดับ และเมื่อพิจารณาจากตัวประกอบรูปทรงพบว่าชิ้นงานมีความแข็งเชิงกดสูงขึ้นเมื่อตัวประกอบรูปทรงมีค่าสูงขึ้น

วิจารณ์ผล

ชิ้นงานยางแบบต่อชนเมื่อได้รับแรงกดจากภายนอกจะเกิดการเปลี่ยนรูปในสองแนวคือ การยุบตัวในแนวแรงและการยืดตัวในแนวตั้งฉากกับแรงชิ้นงานต่อชนที่มีพื้นผิวสัมผัสระหว่างยางกับโลหะเป็นอิสระ (ไม่มีการยึดติดด้วยกาวหรือมีแรงเสียดทาน) เมื่อชิ้นยางยุบตัวในแนวแรงจะมีการยืดขยายตัวออกในแนวตั้งฉากกับแรงได้อย่างอิสระพร้อมกันโดยขณะยืดออกยังคงรักษาปริมาตรของยางไว้คงที่ เมื่อชิ้นงานมีการต่อชนและยึดติดผิวระหว่างยางกับโลหะด้วยชั้นกาวบาง ชั้นกาวบางจะต้านทานผิวรอยต่อไม่ให้สามารถเคลื่อน

ตัวในแนวด้านข้างหรือแนวตั้งฉากกับแรงกดได้อย่างอิสระ เนื่องจากชั้นกาวเหนี่ยวรั้งไว้ ส่งผลให้บริเวณขอบอิสระด้านข้างชิ้นงานมีลักษณะโค้งนูนและต้องใช้แรงกดสูงกว่าชิ้นงานที่พื้นผิวรอยต่อเป็นอิสระเพื่อให้ได้ระยะยุบตัวของชิ้นงานที่เท่ากันส่งผลให้มีความแข็งเชิงกดที่ต่างกัน การยึดติดของรอยต่อด้วยกาวบางที่มีสมบัติการต้านทานแรงเฉือนของกาวที่ต่างกัน ทำให้ความสามารถในการเหนี่ยวรั้งการเคลื่อนที่ของยางในแนวด้านข้างแตกต่างกัน ชั้นกาวบางที่มีความต้านทานแรงเฉือนสูงมีการเหนี่ยวรั้งสูงทำให้พื้นผิวรอยต่อเคลื่อนตัวในแนวตั้งฉากกับแรงได้ยากและเกิดความดันอุทกสถิตสูงเมื่อชิ้นงานรับแรงกด

การกระจายความดันอุทกสถิตที่ระนาบใดๆ ตามแนวความหนาของเนื้อยาง ค่าความดันอุทกสถิตสูงสุดเกิดขึ้นตรงแนวจุดศูนย์กลางของเนื้อยางและมีแนวโน้มลดต่ำลงตามแนวรัศมีไปจนถึงขอบผิวอิสระของเนื้อยางและที่ระนาบในเนื้อยางบริเวณใกล้รอยต่อยางกับกาวค่าความดันอุทกสถิตเกิดขึ้นสูงสุด ทั้งนี้เนื่องจากยางบริเวณจุดศูนย์กลางถูกจำกัดการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างด้วยชั้นกาวและความหนาของผนังยางส่วนที่เหลือเป็นการรั้งไม่ให้ยางยืดตัวออกด้านข้างได้อย่างอิสระ ผลการรั้งนี้จะค่อยๆ น้อยลงจากแกนกลางสู่ผิวอิสระด้านข้างของยางเป็นผลให้ความเค้นลดลงตามไปด้วย

เมื่อพิจารณาอิทธิพลของความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาวที่มีผลต่อค่าความดันอุทกสถิตในเนื้อยาง พบว่า ช่วงที่ค่าความต้านทานแรงเฉือนของกาวต่ำกว่าค่ามอดูลัสของยาง คือช่วง 0.01 MPa ถึง10 MPa มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความดันอุทกสถิตในเนื้อยาง เนื่องจากบริเวณรอยต่อกาวมีความต้านทานต่ำกว่ายาง การรั้งของกาวต่อการยืดตัวของเนื้อยางเป็นไปได้น้อย จึงปล่อยให้ยางยืดออกด้านข้างได้ระดับหนึ่งผลจากการยืดออกด้านข้างของยางดังกล่าวไปเพิ่มพื้นที่หน้าตัดของเนื้อยางมากขึ้นทำให้ความดันหรือความดันอุทกสถิตลดลงตามไปด้วย สำหรับช่วงค่าความต้านทานแรงเฉือนของกาวสูงกว่าค่ามอดูลัสของยางคือสูงกว่า 10 MPa ขึ้นไปจนถึง 1000 MPa ไม่ผลต่อค่าความดันอุทกสถิตที่เกิดขึ้นในเนื้อยาง เนื่องจากเนื้อยางบริเวณรอยต่อกาวกับโลหะไม่สามารถเคลื่อนที่ในแนวด้านข้างได้สะดวกเพราะถูกกาวรั้งไว้มากกว่า เมื่อเนื้อยางไม่สามารถขยายออกด้านข้างได้ส่งผลให้พื้นที่หน้าตัดของเนื้อยางคงที่ทำให้รักษาความดันหรือความดันอุทกสถิตไว้คงที่ด้วย

ตัวประกอบรูปทรงหรืออัตราส่วนระหว่างพื้นรอยต่อหรือพื้นที่รับแรงของชิ้นงานต่อพื้นที่ด้านข้างหรือพื้นที่ผิวอิสระของชิ้นงาน จะส่งผลต่อค่าความดันอุทกสถิตที่เกิดขึ้นโดยพื้นที่ผิวอิสระด้านข้างชิ้นงานที่น้อยจะจำกัดการเคลื่อนในแนวด้านข้างได้สูงส่งผลให้ความดันอุทกสถิตที่เกิดขึ้นในชิ้นงานสูงขึ้นด้วย

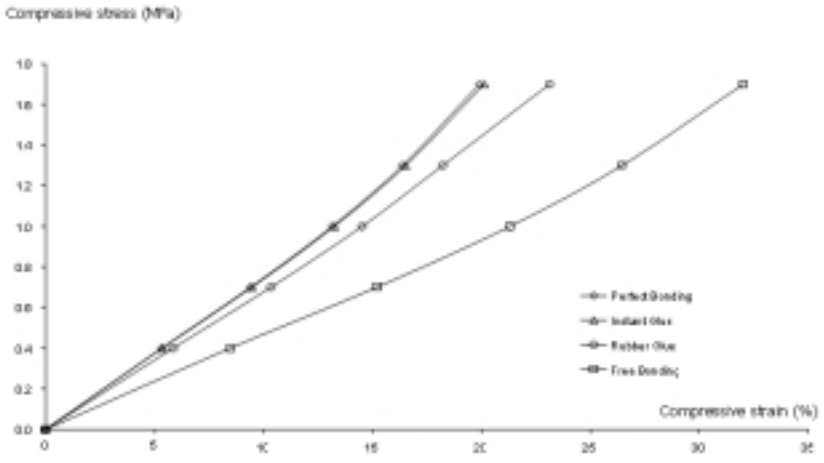

Figure 22. Elastic properties of rubber butt-joints (compressive test, diameter of 40 mm , thickness of 20 mm and shape factor of 0.5)

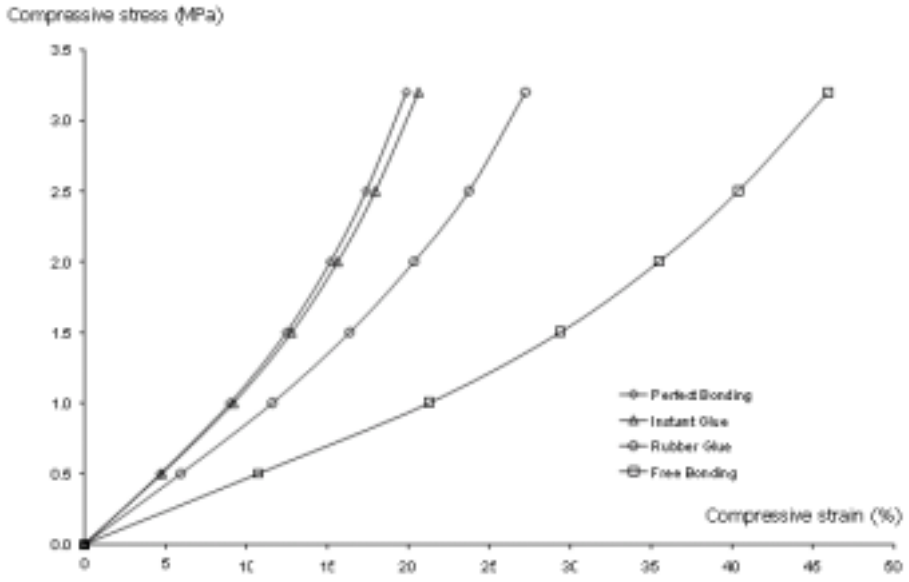

Figure 23. Elastic properties of rubber butt-joints (compressive test, diameter of 30 mm , thickness of 10 mm and shape factor of 0.75)

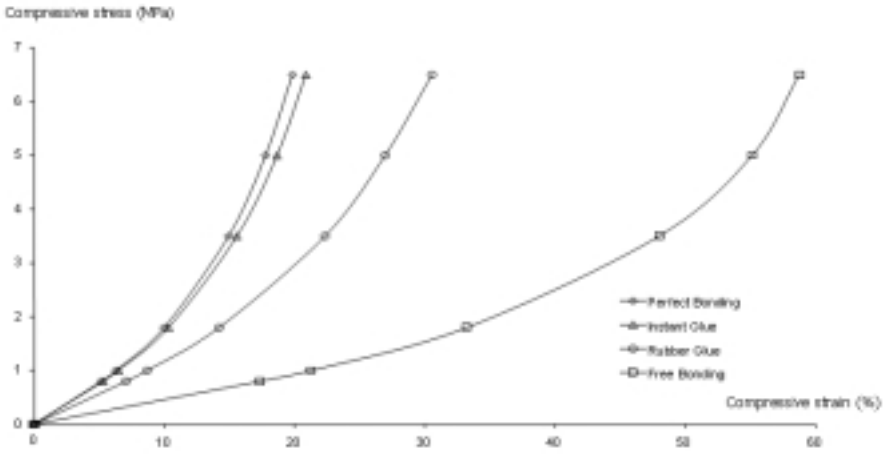

Figure 24. Elastic properties of rubber butt-joints (compressive test, diameter of 40 mm , thickness of 10 mm and shape factor of 1.0)

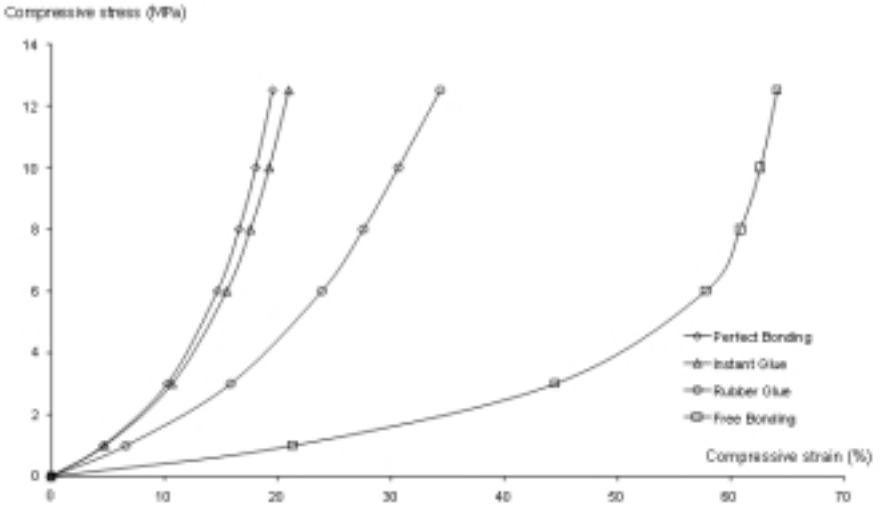

Figure 25. Elastic properties of rubber butt-joints (compressive test, diameter of 50 mm , thickness of 10 mm and shape factor of 1.25)

สรุป

1. การยึดติดของรอยต่อด้วยกาวบางที่มีสมบัติการต้านทานแรงเฉือนของกาวที่ต่างกัน ทำให้ความสามารถในการเหนี่ยวรั้งการเคลื่อนที่ของยางในแนวด้านข้างแตกต่างกัน ชั้นกาวบางที่มีความต้านทานแรงเฉือนสูงมีการเหนี่ยวรั้งสูง ทำให้พื้นผิวรอยต่อเคลื่อนตัวในแนวตั้งฉากกับแรงได้ยาก และเกิดความดันอุทกสถิตสูงเมื่อชิ้นงานรับแรงกด และส่งผลให้ชิ้นงานมีความแข็งเชิงกดเพิ่มขึ้นเมื่อความต้านทานแรงเฉือนของกาวสูงขึ้น

2. การกระจายความดันอุทกสถิตที่ระนาบใดๆ ตามแนวความหนาของเนื้อยาง ค่าความดันอุทกสถิตสูงสุดเกิดขึ้นตรงแนวจุดศูนย์กลางของเนื้อยางและมีแนวโน้มลดต่ำลงตามแนวรัศมีไปจนถึงขอบผิวอิสระของเนื้อยางและที่ระนาบในเนื้อยางบริเวณใกล้รอยต่อยางกับกาวค่าความดันอุทกสถิตเกิดขึ้นสูงสุด

3. ความต้านทานแรงเฉือนของชั้นกาวมีผลต่อค่าความดันอุทกสถิตในเนื้อยางคือ ช่วงที่ค่าความต้านทานแรงเฉือนของกาวต่ำกว่าค่ามอดูลัสของยางอยู่ในช่วง 0.01 MPa ถึง 10 MPa สำหรับช่วงค่าความต้านทานแรงเฉือนของกาวสูงกว่าค่ามอดูลัสของยางคือสูงกว่า 10 MPa ขึ้นไปจนถึง 1000 MPa ไม่มีอิทธิพลต่อค่าความดันอุทกสถิตที่เกิดขึ้นในเนื้อยาง

4. ค่าตัวประกอบรูปทรงของชิ้นยางเพิ่มขึ้น หรืออัตราส่วนระหว่างพื้นที่ของชิ้นงานส่วนที่รับแรงต่อพื้นที่ด้านข้างชิ้นงานส่วนที่ไม่ได้รับแรงมีค่าสูงขึ้น ส่งผลให้การเหนี่ยวรั้งการต้านทานการเปลี่ยนรูปในเนื้อยางเพิ่มขึ้น และค่าความดันอุทกสถิตในเนื้อยางเพิ่มขึ้น

เอกสารอ้างอิง

วิไลพร ลักษมีวานิชย์ และ มนัส แซ่ด่าน. 2545. การวิเคราะห์พฤติกรรมการกดของอิลาสติกแบริ่งด้วยเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์. รายงานวิจัย พัฒนาและวิศวกรรมศาสตร์ ฉบับสมบูรณ์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

สมชาย กอพูนพัฒน์. 2548. สมบัติภายใต้การกดและเฉือนของแบริ่งยางด้วยวิธีไฟไนท์เอเลเมนต์, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท สาขาวิชาฟิสิกส์พอลิเมอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

ABAQUS/Standard User's Manual, Volume 2, Version 5.8. 1998. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. RI, USA.

American Society of Testing Materials, D 395-78. 1978. Standard Test Method for Rubber Properties - Compression Set., P.A., USA.

Banks, H.T., Pinter, G.A. and Yeoh, O.H. 2002. Analysis of Bonded Elastic Blocks, Mat. and Comp. Modelling, 36: 875-888

Chang W.V. and Peng S.H. 1992. Nonlinear Finite Element Analysis of the Butt-Joint Elastomer Specimen, J . of Adhesion Sci. Tech., Vol.6 (No. 8): 919-939.

Dechwayukul, C., Rubin, C.A. and Hahn, G.T., 2003. Analysis of the Effects of Thin Sealant Layers in Aircraft Structural Joints. AIAA 41(11): 2216-2228.

Hsiung, C. 2002. Modeling of laminated rubber bearings using an analytical stiffness matrix, Int. J. of Solids and Structures, 39: 6055-6078.

Imbimbo, M. and Luca, A.D. 1998. F.E. Stress Analysis or Rubber Bearings under Axial Loads, Comp. and Struc., Vol.68: 31-39.

Japan Industrial Standard, JIS K-6849. 1994. Testing methods for tensile strength of adhesive bonds., Tokyo, Japan.

Japan Industrial Standard, JIS K-6850. 1994. Testing methods for shear strength of adhesive bonds. Tokyo, Japan.

Koh, C.G. and Lim, H.L. 2001. Analytical solution for compression stiffness of bonded rectangular layers, Int. J. of Solids and Structures, 38: 445-455.

Tsai, H.C. and Hsueh, S.J. 2001. Mechanical properties of isolation bearing identified by a viscoelastic model, Int. J. of Solids and Structures, 38: 53-74.

Tsai, H.C. and Kelly, J.M. 2005. Buckling load of seismic isolators affected by flexibility of reinforcement, Int. J. of Solids and Structures, 42 : 255-269.

Ward, I.M. 1983. Mechanical Properties of Solid Polymers, John Wiley & sons, New York., USA.

Yu, J.H., Dillard, D.A. and Lefebvre, D.R. 2001. Pressure and shear stress distributions of an elastomer constrained by a cylinder of finite length, Int. J. of Solids and Structures, 38: 6839-6849