

การจำลองการไหลปั่นป่วนและการแยกชั้นของอุณหภูมิ ในท่อวอร์เทกซ์แบบใหม่ตามกัน

สมิทธิ์ เอี่ยมสาด¹ และ พงษ์เจต พรหมวงศ์²

Abstract

Eiamsa-ard, S.¹ and Promvonge, P.²

**Simulation of turbulent flow and temperature separation
in a uni-flow vortex tube**

Songklanakarin J. Sci. Technol., 2007, 29(2) : 459-475

The vortex tube is a mechanical device operating as a refrigerating machine without refrigerants, by separating a compressed gas stream into two streams; the cold air stream at the tube core while the hot air stream near the tube wall. Such a separation of the flow into regions of low and high total temperature is referred to as the temperature separation effect. In this paper, simulation of the turbulent compressible flow and temperature separation in a uni-flow vortex tube with the turbulence model and the algebraic Reynolds stress model (ASM) is described. Steady, compressible and two-dimensional flows are assumed through out the calculation. It has been found that the predicted results of velocity, pressure, and temperature fields are generally in good agreement with available experiment data. Moreover, it can be indicated that the highest

¹Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Mahanakorn University of Technology, Nong Chok, 10530 Thailand. ²Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, 10140 Thailand.

¹D.Eng. (วิศวกรรมเครื่องกล) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ถนนสุขุมวิท กรุงเทพฯ 10530 ²ปร.ค. (วิศวกรรมเครื่องกล) รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520

Corresponding e-mail: smith@mut.ac.th

รับต้นฉบับ 20 มกราคม 2549 รับลงพิมพ์ 31 กรกฎาคม 2549

temperature separation occurs near the inlet nozzle while the lowest temperature separation is found at the downstream near the control valve.

Key words : Vortex tube, standard turbulence model, algebraic Reynolds stress model (ASM), temperature separation

บทคัดย่อ

สมิทธิ์ เอี่ยมสาด และ พงษ์เจต พรมวงศ์
การจำลองการไหลปั่นป่วนและการแยกชั้นของอุณหภูมิในท่อออร์เทกซ์แบบใหม่ตามกัน
ว. สงขลานครินทร์ วทท. 2550 29(2) : 459-475

ท่อออร์เทกซ์เป็นอุปกรณ์ทางกลที่ทำงานเบรียบเหมือนเครื่องทำความเย็นซึ่งไม่ต้องใช้สารทำความเย็น โดยอาศัยอุณหภูมิอัดใหม่ผ่านเข้าท่อออร์เทกซ์จะถูกแยกชั้นอุณหภูมิออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นชั้นาคน้ำที่มีบริเวณใจกลางท่อและส่วนที่สองเป็นชั้นาคน้ำที่บริเวณผนังท่อ บทความฉบับนี้ได้นำเสนอการจำลองการไหลปั่นป่วนที่อัดตัวได้และการแยกชั้นของอุณหภูมิภายในท่อออร์เทกซ์แบบใหม่ตามกัน โดยประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมร่วมกันแบบจำลองความปั่นป่วน และแบบจำลองความเดินพืชคณิตของเรย์โนลต์ (Algebraic Reynolds stress model, ASM) ภายใต้ข้อสมมุติฐานการไหลสองมิติที่ให้อ่ายกว้างตัว ผลลัพธ์การคำนวณ สามารถวัดความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ ได้สำนักงานเบรียบเที่ยบกับข้อมูลผลการทดลอง จากผลคำนวณพบว่าการใช้แบบจำลองความเดินพืชคณิตของเรย์โนลต์ โดยรวมคำนวณได้ใกล้เคียงกับแบบจำลองความปั่นป่วน และยังพบได้ว่าการแยกชั้นของอุณหภูมิจะมีค่าสูงสุดที่ตำแหน่งใกล้หัวฉีดและจะลดลงตาม ลดลงมา และต่ำสุดที่ใกล้ลิ้นจมูก ควบคุมทางออก

ท่อออร์เทกซ์เป็นอุปกรณ์ที่สามารถทำการผลิตอากาศร้อนและอากาศเย็นได้โดยที่ไม่มีการเคลื่อนไหวและไม่ต้องใช้สารทำความเย็นในการทำงาน และเมื่ออากาศที่ถูกอัดด้วยความดัน 2 ถึง 5 เท่าบรรยายอากาศ ให้อัดตัวผ่านรูหัวฉีดเข้ามาในแนวเส้นผ่าศูนย์กลางท่อออร์เทกซ์จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ในลักษณะการหมุนวนอย่างแรงภายในท่อเกิดขึ้นโดยที่อากาศบริเวณใจกลางท่อจะมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิของอากาศที่ทางเข้า ขณะที่อากาศบริเวณผนังท่อจะมีอุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิอากาศที่ทางเข้า ในกรณีของการแยกอากาศเย็นและอากาศร้อนออกจากกันสามารถทำโดยการติดตั้งแผ่นอะริฟิสที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กกว่าท่อออร์เทกซ์ในตำแหน่งที่ใกล้รูหัวฉีด โดยที่อากาศเย็นบริเวณใจกลางท่อจะไหลออกผ่านรูแผ่นอะริฟิสซึ่งอยู่ด้านตรงข้ามกับวาล์วควบคุมการไหล ในขณะที่อากาศร้อนที่ผ่านห้องไหหลังผ่านออกมานอกจากนั้นแล้วควบคุมความคุณภาพได้โดยใช้วาล์วควบคุมดังกล่าว โดยที่จะปิดห้องไหหลังท่อออร์เทกซ์สามารถแบ่งออกได้

เป็นสองชนิด ชนิดแรกเป็นการไหลแบบสวนทาง ซึ่งส่วนมากจะใช้เป็นรูปแบบห้องอิงมาตรฐาน และชนิดที่สองเป็นการไหลแบบตามกันหรือการไหลแบบขนาน (Figures 1a and 1b) โดยที่จะปิดห้องไหหลังท่อออร์เทกซ์มักจะนำไปใช้ในโรงงานอุตสาหกรรม โดยได้ใช้ความเย็นที่ผลิตได้จากท่อออร์เทกซ์มาใช้ในงานการหล่อเย็นชิ้นงานและเครื่องมือในงานกลึง งานกด และงานเชื่อม ซึ่งเป็นที่นิยมมาก เนื่องจากไม่ต้องใช้สารซีอฟซี (CFC's) ในการซ่อมแซมเย็นซึ่งจะไม่เป็นมลพิษต่อสิ่งแวดล้อมและสามารถที่จะนำไปใช้งานในที่ต่างๆ ได้สะดวก

เนื่องจากปรากฏการณ์แยกชั้นของอุณหภูมิและพลังงานภายในท่อออร์เทกซ์เป็นปรากฏการณ์ที่มีความ слับซับซ้อนอย่างมาก ซึ่งผลจากการคำนวณในอดีตที่ผ่านมาในช่วงก่อน 10 ปีนี้ พบว่าผลการคำนวณที่ได้ค่อนข้างล้มเหลว แต่ในช่วงหลังที่เริ่มใช้แบบจำลองความปั่นป่วนและคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงมากขึ้นเข้ามาช่วยทำการคำนวณสามารถลดข้อสมมุติฐานต่างๆ และเวลาในการ

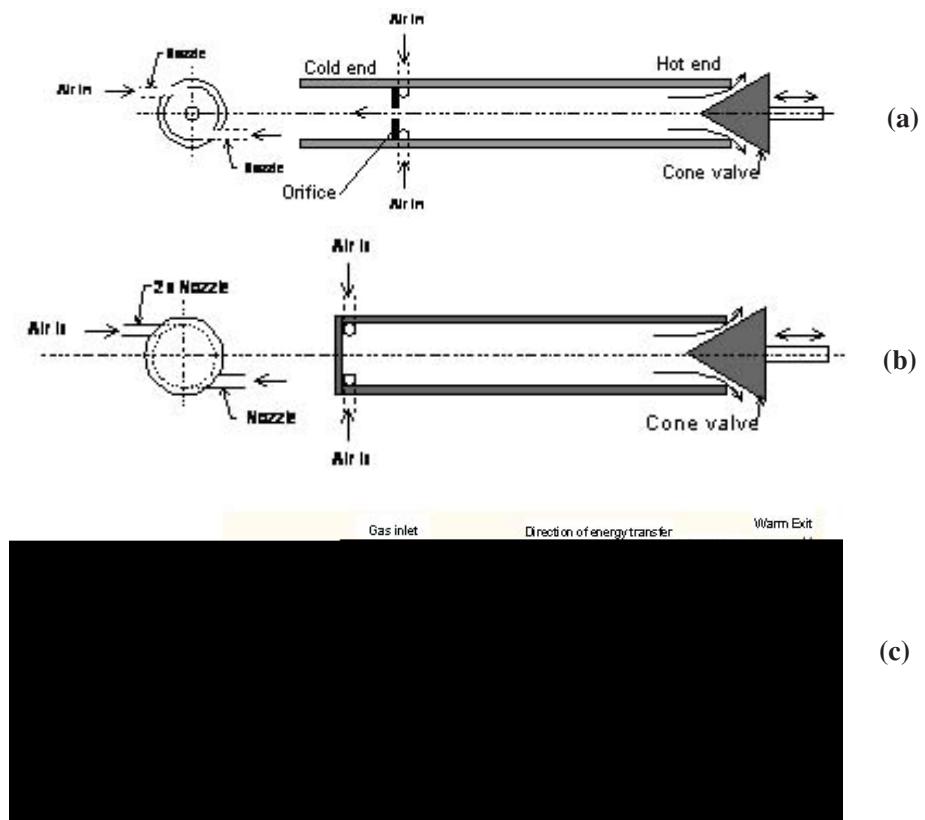


Figure 1. Basic operation of vortex tubes, (a) the counter flow or standard vortex tube, (b) the uni-flow vortex tube, and (c) flow pattern in the counter flow vortex tube.

คำนวนลงได้ ซึ่งผลที่ได้จากการคำนวนมีค่าความถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น แต่อย่างไรก็ตามการแยกชั้นของอุณหภูมิในท่ออวอร์เทกซ์ยังคงเป็นปัญหาที่มีความ слับซับซ้อนอันเนื่องจากจะต้องคำนวนสนามความเร็วให้มีความถูกต้องเป็นอย่างแรกเสียก่อนและจึงจะสามารถนำไปคำนวนหาค่าการแยกชั้นของอุณหภูมิหรือพลังงานได้อย่างถูกต้องตามมา ซึ่งสนามของความเร็วจะมีค่าที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงกับความเร็วเสียงซึ่งยกต่อการที่จะคำนวนให้ได้ค่าที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงได้ยากจึงยังคงเป็นปัญหาที่น่าสนใจและซับซ้อนถึงปัจจุบัน โดยจากการในอดีตที่ผ่านมาได้ทำการเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ ในการคำนวนปรากฏการณ์ภายในท่ออวอร์เทกซ์แต่ยังไม่มีงานใดที่ได้ทำการเลือกใช้แบบจำลองระดับสูงกว่าคือ แบบจำลองความเค้นพืชคณิตของเรย์โนล์ด์มัวเคราะที่เพื่อหาแบบจำลองที่เหมาะสมที่จะใช้ศึกษาปรากฏการณ์การแยกชั้นพลังงานและอุณหภูมิกายในท่ออวอร์เทกซ์ต่อไป

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์พฤติกรรมรูปร่างการให้หล่อและการแยกชั้นของอุณหภูมิในท่ออวอร์เทกซ์โดยประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสีน่องร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ และ แบบจำลองความเค้นพืชคณิตของเรย์โนล์ด์ ซึ่งอยู่ภายใต้ข้อสมมุติฐานการให้หล่อสมมิติที่ให้หล่ออย่างคงตัวและอัดตัวได้ ผลลัพธ์การคำนวนสนามความเร็ว ความดันสถิต ความดันรวม อุณหภูมิสถิต และอุณหภูมิรวม ได้นำมาเบรี่ยมเทียบกับข้อมูลผลการทดลองในท่ออวอร์เทกซ์แบบให้หล่อตามกันของ Hartnett และ Eckert (1957) ทั้งนี้ผลของเงื่อนไขที่พนังแบบผิวนวนสมบูรณ์ (adiabatic wall) และอุณหภูมิผิวคงที่ที่อุณหภูมิอากาศล้อมรอบ (constant temperature) ต่อผลการคำนวนการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมภายในท่ออวอร์เทกซ์ได้ถูกศึกษาเพิ่มเติม

1. งานวิจัยในอดีต

ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นภายในท่ออวอร์เทกซ์ถูกค้นพบบังเอิญครั้งแรกโดย Ranque (1933) ซึ่งเป็นนักศึกษาพิสิกส์ชาวฝรั่งเศส โดยได้ทำการศึกษาปรากฏการณ์การแยกชั้นของอุณหภูมิหรือพลังงาน (temperature/energy separation) ภายในท่ออวอร์เทกซ์ โดยได้พิมพ์ผลงานในปี 1933 และ 1947 ตามลำดับ ใน การศึกษาของ Ranque ได้ทำการปล่อยให้อากาศอัดตัวไหลผ่านเข้าในแนวสัมผัสกับห่อไอโคลน ซึ่งพบว่าอากาศที่บริเวณพังท่อ มีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณใจกลางห่อและนำผลที่ได้มาประยุกต์ทำอุปกรณ์ทำความสะอาดเย็นต่อมา Hilsch (1947) ซึ่งเป็นวิศวกรชาวเยอรมันได้ทำการศึกษาผลของการดันที่ทางเข้าและขนาดของท่ออวอร์เทกซ์ ต่อการแยกชั้นของพลังงานและอุณหภูมิในท่ออวอร์เทกซ์ ทั้งนี้ยังได้ทำการเปรียบเทียบกับเครื่องทำความสะอาดเย็นท่อไปและพบว่าท่ออวอร์เทกซ์มีสมรรถนะทำความสะอาดเย็นที่ต่ำกว่าโดยเฉพาะที่ความดันทางเข้าที่ต่ำ ต่อมา Fulton (1950) ได้ศึกษาการแยกชั้นของพลังงานภายในท่ออวอร์เทกซ์ โดยสมมุติว่าผลจากการแตกเปลี่ยนพลังงานระหว่างอากาศใกล้แนวแกนกลางห่อจะมีความเร็วเชิงมุมที่สูงมาก ขณะที่อากาศบริเวณใจกลางห่อจะมีความเร็วเชิงมุมที่ต่ำเป็นผลให้อากาศที่บริเวณแนวแกนห่อไปเร่งความเร็วอากาศบริเวณพังท่อ Schultz-Grunow (1951) ได้อธิบายการแยกชั้นของพลังงานโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนแบบบันบวนในการไหลที่แบ่งเป็นชั้นๆ Martynovskii และ Alekseev (1957) ได้ทำการศึกษาโครงสร้างของท่ออวอร์เทกซ์ที่มีผลต่อการแยกชั้นของพลังงานหรืออุณหภูมิในห่อ และได้ทำการเปลี่ยนรูปแบบของหัวฉีดอากาศที่ทางเข้าเพื่อหารูปแบบที่ดีที่สุด Hartnett และ Eckert (1957) ได้ศึกษาการกระจายอุณหภูมิ ความเร็ว และความดันภายในท่ออวอร์เทกซ์ ซึ่งพบว่าความเยาว์ของห่อ มีผลอย่างมากต่อการแยกชั้นของพลังงานภายในท่ออวอร์เทกซ์ Deissler และ Perlmutter (1960) ได้ทำการวิเคราะห์การกระจายความเร็ว อุณหภูมิ และความดันในท่ออวอร์เทกซ์กับการไหลบันบวนในแนวรัศมีและแนวแกนในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ Erdelyi (1962) มีข้อโต้แย้งเกี่ยวกับงานสรุปของ Hilsch (1947) และ Hartnett และ Eckert (1957) โดยอ้างว่าผลต่างของอุณหภูมิของอากาศร้อนและอากาศเย็น ขึ้นอยู่กับชนิดของก๊าซที่ใช้และอัตราส่วนความดันที่ทางเข้าและทางออกของท่ออวอร์เทกซ์เท่านั้น Linderstrom-Lang

(1964) พบว่าผลของการแยกชั้นของพลังงานหรืออุณหภูมิ ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนการไหลเชิงมวลของอากาศเย็นต่ออากาศร้อนทั้งนี้ยังได้ทำการศึกษาผลกระทบของการใช้สารทำงานแบบผสม (gas mixture)

Takayama (1965) ได้ทำการศึกษาการเพิ่มประสิทธิภาพของท่ออวอร์เทกซ์แบบมาตรฐาน และแบบอื่นๆ ที่ออกแบบเพิ่มเติม และพัฒนาสมการสำหรับรูปแบบความเร็วและอุณหภูมิของไหลภายในท่ออวอร์เทกซ์ Williams (1971) ได้ศึกษาผลกระทบของการทำงาน (อากาศ แอมโมเนีย มีเทน และคาร์บอนไดออกไซด์) ต่ออัตราการแยกชั้นของพลังงานในท่ออวอร์เทกซ์ Marshall (1977) ได้ทำการเปลี่ยนสารทำงานแบบผสมและขนาดสัดส่วนของท่ออวอร์เทกซ์ ทั้งยังได้แสดงให้เห็นถึงจุดวิกฤติกของดัวเลขเรย์โนลด์มีผลต่อการแยกพลังงานหรืออุณหภูมิภายในท่ออวอร์เทกซ์ Takayama และคณะ (1979) พบว่าความชันของอากาศมีอิทธิพลอย่างสูงของต่อการแยกชั้นของพลังงานและอุณหภูมิในท่ออวอร์เทกซ์ Stephan และคณะ (1984) ได้ทำการศึกษาโดยอาศัยตัวแปรไร้มิติและความคล้ายคลึงช่วยในการศึกษาการแยกชั้นของพลังงานและอุณหภูมิในท่ออวอร์เทกซ์ นักลิทธ์ (1985) ได้ทำการศึกษาผลของการเปลี่ยนขนาดห่อต่างๆ ที่มีผลต่อการอุณหภูมิของอากาศเย็นในท่ออวอร์เทกซ์ Cockerill (1995) ทำการศึกษาการแยกชั้นของพลังงานภายในท่ออวอร์เทกซ์โดยใช้แบบจำลองความบันบวนมาตรฐาน $k-\epsilon$ ภายใต้ข้อสมมุติฐานการไหลสองมิติที่เหลืออย่างคงตัว ทั้งนี้ยังได้ทำการศึกษาทดลองวัดการเปลี่ยนแปลงความอุณหภูมิ และถ่ายรูปพฤติกรรมการไหลภายในท่ออวอร์เทกซ์ Promvonge (1997) ได้ทำการประยุกต์ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมร่องร่วมกับแบบจำลองความบันบวน $k-\epsilon$ และแบบจำลองความเค้นพื้นคงตัวของเรย์โนลด์ ภายใต้ข้อสมมุติฐานการไหลสองมิติที่เหลืออย่างคงตัวในการคำนวณปรากฏการณ์การไหล (สนามความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ) ในท่ออวอร์เทกซ์ Frohlingsdorf และ Unger (1999) ได้ศึกษาการแยกชั้นของพลังงานโดยใช้โปรแกรม CFX ด้วยแบบจำลองความบันบวนมาตรฐาน $k-\epsilon$ สำหรับการไหลสองมิติที่อัดตัวได้ Guillaume และ Jolly (2001) พบว่าการใช้ท่ออวอร์เทกซ์ 2 ชุดมาต่อรวมแบบอนุกรมจะให้ผลการแยกชั้นของอุณหภูมิ และพลังงานภายในท่ออวอร์เทกซ์เพิ่มสูงขึ้นเมื่อเทียบกับการใช้ท่ออวอร์เทกซ์ตัวเดียว Saidi และ Valipour (2003) ได้

ทำการศึกษาอิทธิพลของขนาดความยาวท่อ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางรูปแบบอิฐฟลีส ความดันที่ทางเข้า และชนิดของสารต่อการแยกชั้นของอุณหภูมิ การทำความเย็น และประสิทธิภาพของท่อวอร์เทกซ์ Promvonge และ Eiamsa-ard (2004) ได้ออกแบบหัวฉีดที่ทางเข้าเป็นแบบหอยโข่ง (snail) จากผลการทดลองพบว่าสามารถช่วยเพิ่มการแยกชั้นของอุณหภูมิ และพลังงานภายในท่อวอร์เทกซ์ และเพิ่มประสิทธิภาพในการทำความเย็นที่สูงขึ้นเมื่อเทียบกับหัวฉีดแบบดั้งเดิมที่มีการไหลเข้าตรงกับแนวเส้นสัมผัส (tangential inlet nozzle) Promvonge และ Eiamsa-ard (2005) ทำการศึกษาผลของท่อที่ทำการหุ้มนวน และสัดส่วนต่างๆ ของท่อ ต่อการแยกชั้นของอุณหภูมิและการทำความเย็นในท่อวอร์เทกซ์แบบใหม่ Aljuwayhel และคณะ (2005) ได้ใช้โปรแกรม FLUENTTM ช่วยในการคำนวณสนามการไหลและอุณหภูมิกายในท่อวอร์เทกซ์ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน $k-\epsilon$ และ $RNGk-\epsilon$ ซึ่งผลการคำนวณที่ได้ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลอง Behera และคณะ (2005) ได้ทำการใช้โปรแกรม Star CD ในการศึกษาพัฒนาระบบเปลี่ยนแปลงความเร็วและพลังงานภายในท่อวอร์เทกซ์ โดยจำลองปัญหาท่อวอร์เทกซ์ในลักษณะการไหลสามมิติและใช้แบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน $k-\epsilon$ ในการคำนวณ ซึ่งผลที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี Skye และคณะ (2006) ได้คำนวณสนามการไหลและอุณหภูมิกายในท่อวอร์เทกซ์โดยใช้โปรแกรม FLUENTTM ซึ่งพบว่าผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน $k-\epsilon$ ให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน $RNGk-\epsilon$ ซึ่งให้ผลขัดแย้งกับงานของ Aljuwayhel และคณะ (2005) ขณะเดียวกัน Skye และคณะ (2006) ยังได้ศึกษาแบบจำลองระดับสูงกว่าคือ แบบจำลองความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds stress model, RSM) แต่ผลการคำนวณไม่สามารถหาคำตอบได้ ทั้งนี้ Skye และคณะ (2006) ได้ร่วมมือกับทางบริษัทผู้ผลิตโปรแกรม FLUENTTM ในการแก้ไขโคด (code) บางส่วนของโปรแกรมแต่ผลการคำนวณที่ได้ก็ยังคงหาคำตอบไม่ได้ สรุปจากการวิจัยอดีตที่ผ่านมาในเรื่องของการคำนวณอาจมีนักวิจัยหลายท่านได้ลองพยายามใช้ RSM ในการคำนวณแต่ไม่ประสบความสำเร็จจึงได้พิจารณาใช้แบบจำลอง $k-\epsilon$ เท่านั้นในการคำนวณ ส่วนการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็ประสบความล้มเหลว โดยในงานวิจัยนี้ได้นำ

เสนอแบบจำลองที่ระดับการคำนวณสูงกว่าแบบจำลอง $k-\epsilon$ นั่นคือ แบบจำลองความเค้นพิชคณิตของเรย์โนลด์ (ASM) ซึ่งจำลองมาจากแบบจำลองความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds stress model, RSM)

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.1 สมการบังคับการไหล

สมการบังคับการไหลคงตัวและอัดตัวได้ (steady state และ compressible flow) สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนจากการเฉลี่ยแฟร์ร์ว (Favre average) สามารถสรุปสมการได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\bar{\partial} p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{t}_{ij} + \tau_{ij}) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j k) &= \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \\ &\left((\bar{t}_{ji} \bar{u}_i'' - \bar{\rho} \frac{1}{2} \bar{u}_j' \bar{u}_i' \bar{u}_i'' - \bar{p}' \bar{u}_i') \right) - \bar{u}_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \bar{p}' \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{E}) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \\ &\left((\bar{t}_{ji} \bar{u}_i'' - \bar{p}' \bar{u}_i'' - \bar{\rho} \frac{1}{2} \bar{u}_j' \bar{u}_i' \bar{u}_i'') \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{q}_{L_j} + \bar{\rho} \bar{u}_j'' h'') \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i (\bar{t}_{ij} + \tau_{ij})) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_j \bar{p}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T} = (\gamma - 1)(\bar{\rho} \tilde{E} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_i - \bar{\rho} k) \quad (5)$$

จากสมการข้างต้นโอเวอร์บาร์ $\bar{\phi}$ แสดงค่าเฉลี่ยเรย์โนลด์ (Reynolds averages) และเครื่องหมายทิลเด็ด $\tilde{\phi}$ แสดงค่าเฉลี่ยแฟร์ร์ว ซึ่ง x_i แสดงทิศทางของระบบแกนพิกัดcarter ที่ใช้ในแทนความหนาแน่นของของไหล และส่วนประกอบของความเร็วในสนามการไหลภายในระบบแกนพิกัดจากคือ u_i โดยค่าพลังงานจนค์ความปั่นป่วน (Turbulence Kinetic

Energy, k) ให้เป็น $\bar{\rho}k = \frac{1}{2}\overline{pu_i''u_i''} = \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{u}_i''\tilde{u}_i''$ โดย \bar{p} และ γ แสดงถึงความดันเฉลี่ยและอัตราส่วนความร้อนจำเพาะ (C_p/C_v) ตามลำดับ ส่วน \bar{q}_L แสดงค่าฟลักซ์การถ่ายเทความร้อนเฉลี่ย โดยแทนเชอร์ความเดินหนีดเฉลี่ย (mean viscous stress tensor) สามารถเขียนสมการในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้นกับความแตกต่างความเร็วดังนี้

$$\bar{\tau}_{ij} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\mu} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

และท้ายที่สุด $\tau_{ij} = -\overline{pu_i''u_j''} = -\bar{\rho}\tilde{u}_i''\tilde{u}_j''$ คือ เทคนิคความเดินเฉลี่ยแฟร์ร์ของเรย์โนลด์ (Favre-averaged Reynolds stress tensor) สามารถสังเกตได้อย่างชัดเจนว่าสมการการอนุรักษ์ที่ได้จากการบวนการเฉลี่ยจะมีเทอมที่ไม่ทราบค่าเพิ่มเข้ามาดังนี้ $\tau_{ij}, t_{ij}, \overline{p''u''}, \bar{\rho}\tilde{u}'h'$ และ $\bar{\rho}\tilde{u}_i''\tilde{u}_i''/2$ ซึ่งเทอมเหล่านี้ต้องการจำลองในการหาผลเฉลยจากการคำนวณ โดยรายละเอียดของการจำลองเทอมที่ไม่ทราบค่าข้างต้นนี้สามารถอ่านเพิ่มเติมได้จาก Promvonge (1997)

ในงานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน $k-\varepsilon$ และแบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์ โดยแบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน $k-\varepsilon$ ได้กล่าวไว้อ้างอิงต่างๆ เช่น Gatski (1996), Sloan และคณะ (1986) และ Wilcox (1993) ดังนั้นในที่นี้จะกล่าวเฉพาะเพียงแบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์เท่านั้น

2.2 แบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์ (Algebraic Reynolds stress model, ASM)

เพื่อความง่ายในการหาผลเฉลยสำหรับความเดินของเรย์โนลด์ การประมาณค่าของโรดี (Rodi, 1976) ได้นำมาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้ และการส่งถ่ายความเดินเรย์โนลด์สามารถอธิบายในรูปแบบพื้นที่ของเรย์โนลด์ดังต่อไปนี้

$$\frac{D\tau_{ij}}{Dt} - T_{ijk,k} = \frac{\tau_{ij}}{\rho k} \left(\frac{Dk}{Dt} - T_{kk,k} \right) \quad (7)$$

แทนสมการการส่งถ่ายค่าเฉลี่ยของเรย์โนลด์และแฟร์ร์ และสมการพลังงานจลน์ความปั่นป่วน (Gatski, 1996; Promvonge, 1997; Wilcox, 1993) ลงในสมการ (7) และให้นิพจน์พื้นที่ของเรย์โนลด์

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{ij}}{\rho k} \left(G - \bar{\rho}\varepsilon - \overline{u_i''\frac{\partial p}{\partial x_i}} + \overline{p'\frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} \right) = \\ G_{ij} + \phi_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho}\varepsilon + \frac{2}{3} \overline{p'\frac{\partial u_k''}{\partial x_k}} - \overline{u_i''\frac{\partial p}{\partial x_i}} - \overline{u_i''\frac{\partial t_{jk}}{\partial x_k}} + \overline{u_j''\frac{\partial t_{ik}}{\partial x_k}} \end{aligned} \quad (8)$$

ซึ่ง G แสดงการผลิตความเดินเรย์โนลด์ F แสดงความเครียดของความดัน (pressure strain) และ ε แสดงอัตราการสูญเสียของพลังงานจลน์ความปั่นป่วน (dissipation rate of Turbulence Kinetic Energy)

สมการความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์ร่วมกับการขยายตัวเนื่องจากความดัน (pressure dilatation) $(\overline{p'\frac{\partial u_k''}{\partial x_k}})$ และไม่คิดผลความเร็วกระเพื่อมเฉลี่ย (the average fluctuating velocity ($\overline{u_i''}$) terms) สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$-\tau_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho}k + \frac{\lambda k}{\varepsilon} \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G - \beta A_{ij} \right) \quad (9)$$

ที่ซึ่ง $\lambda = 0.135$ และ $\beta = 0.0-2.2$ คือ ค่าคงที่จากการทดลองและแสดงผลของการไหลดหมุนวนของไหลดและความปั่นป่วนอัดตัวได้ Zhang และคณะ (1992) และ Nieh และ Zhang (1992) ได้เสนอการลดรูปสมการ ASM จั่งต้นเพื่อง่ายต่อการหาผลเฉลยในการประยุกต์ใช้กับการไหลดหมุนวนที่รุนแรง ดังนั้นสมการที่ (9) สามารถเขียนในรูปแบบสมการอย่างง่ายดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \rho u'' v'' &= -\mu_{t,xr} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \\ \rho v'' w'' &= -\mu_{t,r\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right) \\ \rho u'' w'' &= -\lambda \frac{k}{\varepsilon} \rho u'' u'' \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} - \lambda \frac{k}{\varepsilon} \\ &\quad \left[\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} + \beta \frac{\tilde{w}}{r} \right) \rho u'' v'' + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \rho v'' w'' \right] \\ \rho u'' u'' &= \frac{2}{3} \bar{\rho} k + \frac{2}{3} \lambda \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} + \beta \frac{\tilde{w}}{r} \right) \right. \\ &\quad \left. \rho u'' v'' + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \rho v'' w'' \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho v'' v'' &= \frac{2}{3} \bar{\rho} k + \frac{2}{3} \lambda \frac{k}{\varepsilon} \left\{ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \rho u'' v'' + \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} + (2+3\beta) \frac{\tilde{w}}{r} \right] \rho v'' w'' \right\} \\ \rho w'' w'' &= \frac{2}{3} \bar{\rho} k + \frac{2}{3} \lambda \frac{k}{\varepsilon} \left\{ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \rho u'' v'' - \right. \\ &\quad \left. \left[2 \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} + (1+3\beta) \frac{\tilde{w}}{r} \right] \rho v'' w'' \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ดัง } \mu_{t,xr} = \frac{b_1 - a_1 b_2 r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right)}{1 - a_1 a_2 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right)} \quad (11)$$

$$\mu_{t,r\theta} = \frac{b_2 - a_2 b_1 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r}}{1 - a_1 a_2 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right)} \quad (12)$$

และ

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{\left(\lambda \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left[\left(\frac{7}{3} + 3\beta \right) \frac{\tilde{w}}{r} + \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} \right]}{1 + \left(\lambda \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \right)^2 + (1+\beta)\beta \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right)^2 \right]} \\ a_2 &= \frac{\frac{2}{3} \left(\lambda \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r}}{1 + \frac{2}{3} \left(\lambda \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} \right)^2 + (4+6\beta) \frac{\tilde{w}}{r} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} + (1+6\beta+6\beta^2) \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right)^2 \right]} \end{aligned} \right]$$

$$b_2 = \frac{\frac{2}{3} \left(\lambda \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} \right)}{1 + \frac{2}{3} \left(\lambda \frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} \right)^2 + (4+6\beta) \frac{\tilde{w}}{r} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} + (1+6\beta+6\beta^2) \left(\frac{\tilde{w}}{r} \right)^2 \right]}$$

สมการ ASM สำหรับการไหลอัดด้วยส่องมิติได้ประยุกต์รวมใน "TEFESS" โดยที่พัฒนาโดย Pun (1992)

2.3 รูปแบบทั่วไปสำหรับสมการบังคับการไหลทุกสมการบังคับการไหลแบบสองมิติสมมาตรรอบแกนสามารถเขียนในรูปแบบมาตรฐาน ซึ่งประกอบด้วยเทอมการพา การแพร่ และแหล่งกำเนิด ดังนี้

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma_{\phi_x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = S_{\phi} \quad (13)$$

ที่ซึ่ง $\phi, \Gamma_{\phi_x}, \Gamma_{\phi_r}$ และ S_{ϕ} แสดงตัวแปรใด ๆ ของสมประสิทธิ์ การแลกเปลี่ยนในทิศทาง x และ r เทอมแหล่งกำเนิดตามลำดับโดยรายละเอียดของสมการสำหรับค่าต่าง ๆ ของ ϕ 's ได้สรุปใน Table 1

3. กระบวนการหาคำตอบ

ในส่วนของการคำนวณ สมการค่าเฉลี่ยของเวลา (time-averaged Navier-Stokes), สมการของพลังงานจน ความปั่นป่วน (TKE), สมการของอัตราการสลายของสมการของพลังงานจน ความปั่นป่วนจะถูกแก้สมการด้วยวิธีการเชิงตัวเลขที่เรียกว่า วิธีการปริมาตรสี่เหลี่ยม (finite volume method) โดยจะใช้ SIMPLE algorithm ใน การแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อ กันระหว่างความดันกับความเร็ว และยังใช้ในกระบวนการการทำข้าว โดยใช้ upwind scheme ใน การดีศรี-ไทร์-เทอมของการพา ส่วนเทอมการแพร่จะถูกดีศรี-ไทร์โดย central differencing scheme บันกริดที่แบ่งแบบเยื่องกัน (staggered) ในการแก้ระบบสมการที่เกิดขึ้นจะใช้เทคนิคของวิธีการ TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm) แบบ line by line sweeping ในการหาคำตอบ สำหรับในงานวิจัยนี้ได้ทำการใช้ upwind scheme ใน การดีศรี-ไทร์ ซึ่งเป็น first order แทน second order (SOU/QUICK) แต่ก็ยังคงให้ผลคำตอบที่ไม่แตกต่างมากตามรายงานของ Promvonge (1997) ซึ่งจะช่วยลดเวลาในการคำนวณลง

4. ลักษณะท่อออร์เตกซ์ของ Hartnett และ Eckert (1957)

ลักษณะของปัญหาได้ทำการเลือกใช้ท่อออร์เตกซ์แบบใหม่ตามกันที่ได้จากการทดลองของ Hartnett และ Eckert (1957) ที่ได้ทำการวัดสนามการไหลทั้งความเร็ว ความ

Table 1. Summary of the governing equations for the ASM.

Conservation of	ϕ	$\Gamma_{\phi X}$	$\Gamma_{\phi Y}$	S_ϕ
Mass	t	0	0	0
x-momentum	\tilde{u}	$\mu_{\phi,xt}$	$\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_{\phi}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(r\mu_{\phi,xx}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right) - \frac{\bar{\rho}\tilde{u}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\bar{u}\frac{\tilde{u}}{r}\right) - 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_t\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu(\nabla\tilde{V})\right]$	x-momentum
\tilde{w}	$\mu_{\phi,xt}$	$\mu_{\phi,yt}$	$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y}\right) - \frac{\bar{\rho}\tilde{w}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\bar{w}\frac{\tilde{w}}{r}\right) - 2\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu(\nabla\tilde{V})\right] = 0$ $\tilde{w} - \mu_{\phi,xt} = \mu_{\phi,yt} = -\frac{\bar{\rho}\tilde{w}}{r} - \frac{\tilde{w}}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r\mu_{\phi,yt}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y}\right) - \frac{\bar{\rho}\tilde{w}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\bar{w}\frac{\tilde{w}}{r}\right) = 0$ $\tilde{w} = \frac{\bar{\rho}\tilde{w}}{r} + \frac{\tilde{w}}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r\mu_{\phi,yt}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y}\right) - \frac{\bar{\rho}\tilde{w}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\bar{w}\frac{\tilde{w}}{r}\right) = 0$	θ -momentum
\tilde{E}	μ_{ϕ}/σ_E	μ_{ϕ}/σ_E	$+\frac{\tilde{u}}{r}\frac{\partial}{\partial t}\left[r\mu\left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right)\right] + \tilde{v}\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right)\right] - 2\mu\frac{\tilde{v}^2}{r^2} + \frac{\tilde{v}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(2\mu\frac{\partial \tilde{v}}{\partial r}\right)$ $+ \tilde{w}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}\right) + \frac{\tilde{u}}{r}\frac{\partial}{\partial t}\left(r\mu\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}\right) + \tilde{u}\frac{\partial}{\partial x}\left(2\mu\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}\right) - \frac{2}{3}\tilde{v}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu(\nabla\tilde{V})\right] - \mu\frac{\tilde{w}^2}{r^2}$ $- \frac{\tilde{w}^2}{r}\frac{\partial \mu}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\mu_{\phi}}{\sigma_E}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}(K)\right] - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}\left[r\frac{\mu_{\phi}}{\sigma_E}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}(K)\right] - (\gamma-1)\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}(\tilde{E}-K-k)$ $- (\gamma-1)\bar{\rho}\frac{\tilde{v}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\sqrt{\tilde{E}-K-k}\right]$	Energy
\tilde{v}	μ_{ϕ}/σ_k	μ_{ϕ}/σ_k	$G - \bar{\rho}\tilde{e}$	TKE
$\tilde{\epsilon}_5$	μ_{ϕ}/σ_k	μ_{ϕ}/σ_k	$\left(C_{g1}G - C_{g2}\bar{\rho}\tilde{\epsilon}_5 + \frac{2}{3}(C_{g1}-2)\bar{\rho}k(\nabla\tilde{V})\right)\frac{\tilde{\epsilon}_5}{k}$	TKE dissipation rate

ตัน และอุณหภูมิ ในงานทดลองท่อวอร์เทกซ์มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.0762 เมตร ยาว 0.77 เมตร ทำจาก Plexiglas ที่ทางเข้าของอากาศมีหัวฉีดตัวยกันทั้งหมด 8 หัว แต่ละหัวฉีดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากันคือ 0.0095 เมตร โดยแต่ละหัวฉีดจะทำการวางในแนวรอบเส้นสัมผัส ที่ทางออกจะมีว่าลักษณะคุณการไหลซึ่งเป็นว่าลักษณะปะรุงเรียวที่มีมุมเท่ากับ 60 องศา ในการทดลองได้ใช้ yaw probe ในการวัดค่าความดันและความเร็ว โดยทำการวัดในแนวแกนด้วยกันทั้งหมด 3 ตำแหน่ง คือ $x/D = 0.333, 2.0$ และ 6.0 ตามลำดับ สำหรับรายละเอียดและเงื่อนไขการทดลองทั้งหมดแสดงใน Table 2 และ Figure 2

5. เงื่อนไขของในการคำนวณ

ในงานวิจัยนี้สมมติให้เป็นการไฟลแบบสมมาตร

ร่องแกนดังนั้นจึงคำนวณเพียงครึ่งหนึ่งของโดเมนการคำนวณ **5.1 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า**

5.1 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า

(p) อุณหภูมิ (T_o) และอัตราไฟลเชิงมวลสามารถคำนวณได้โดยการวัดค่าที่ได้จากการทดลอง แต่ไม่สามารถประยุกต์ใช้เป็นเงื่อนไขของเบตที่ทางเข้าได้เนื่องจากเป็นค่าที่วัดได้จากตำแหน่งก่อนหน้าทางออกของหัวฉีด ซึ่งเงื่อนไขของที่ถูกต้องนั้นต้องการค่าคุณสมบัติของไฟลที่ทางออกของหัวฉีด ค่าตัวแปรเหล่านี้สามารถหาได้จากการประมาณนอกช่วงจากรูปร่าง (profile) ที่วัดได้จากการทดลองภายในท่อถึงตำแหน่งทางออกของหัวฉีด ดังนั้นค่าความเร็วและอุณหภูมิทั้งหมดที่ทางเข้าสามารถหาได้โดยการสมมุติให้หัวฉีดหุ้มฉนวนโดยสมมูลรัน เพื่อที่จะไม่มีการสูญเสียพลังงานทั้งหมดเกิดขึ้นตลอดช่วงของหัวฉีด โดยความดันสติกสามารถคำนวณโดย

Table 2. Data for the vortex flow of Hartnett and Eckert (1956-1957).

Tube Characteristics	
Tube length, L (m)	0.77
Tube diameter, D _o (m)	0.0762
No. of nozzles at the inlet	8
Nozzle diameter, d _n (m)	0.009525
Cone valve opening	0.007854
L/D _o ratio	10.1
Inlet Fluid Properties	
Fluid	Air
Temperature, T _{in} (K) (approx.)	297
Supply pressure before nozzle, P _o , (Pa) (gage)	1.374x10 ⁵
Inlet Flow Conditions	
Mass flow rate, (kg/s)	0.2184
Input experimental data of Hartnett and Eckert (1956-1957)	
V _n (m/s)	230
w _n (m/s)	210
v _n (m/s)	94
r _n (kg/m3)	1.68
T _n (K)	297
l _s (m)	0.0058
Mach no. (M _{in})	0.69

สัมพันธ์กับค่าความดันที่จุดอ้างอิงของการทดลอง ซึ่งความ
หนาแน่นที่ทางเข้าสามารถคำนวณจากสมการความต่อเนื่อง

$$\rho_n = \frac{m_{in}}{A_n V_n}$$

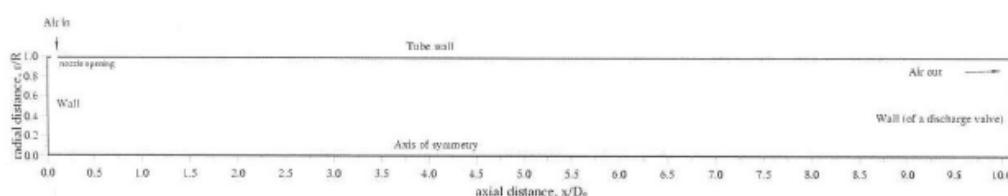
โดย A_n และ V_n คือ พื้นที่ ความหนาแน่น และความเร็ว
เฉลี่ยที่ทางออกของหัวฉีด โดยแสดงอัตราการไหลเชิงมวล
ของอากาศ

สำหรับการไหลสมมาตรรอบแกน จะประยุกต์ใช้ช่อง
การไหลรอบท่อแทนการใช้หัวฉีด ค่าความกว้างเฉลี่อนของช่อง
I_s สามารถคำนวณจากการอนรักษ์มวล และมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$I_s = \frac{m_{in}}{\pi D_o \rho_n v_n}$$

โดย I_s, D_o และ v_n คือ ความกว้างเฉลี่อนของช่องเส้นผ่าน
ศูนย์กลางของท่อออร์เทกซ์ และความเร็วตามแนวรัศมี ตาม
ลำดับ

ซึ่ง v_n สามารถหาได้จากความสัมพันธ์โดยการประยุกต์
ใช้กฎปีทา哥รัสกับสามเหลี่ยมมุมฉากของความเร็ว v_n =
 $\sqrt{V_n^2 - w_n^2}$ ซึ่ง w_n ความเร็วในแนวสัมผัสที่ทางเข้า ค่าของ
V_n และ w_n ได้จากการประมาณอกซ่งจากการทดลองค่า
ต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณได้สรุปใน Table 2 ค่าความเร็ว
เดียง (c) หากความสัมพันธ์ $\sqrt{\gamma P_{in} / \rho_{in}}$ และได้ตัวเลข
มักเท่ากับ (M_{in}) 0.69 ซึ่งบ่งบอกถึงการไหลในท่อออร์เทกซ์
เป็นการไหลแบบชักกว่าเดียงและอัดตัวได้ (subsonic และ



**Figure 2a. Computational domain of the flow system
(vortex tube of Hartnett and Eckert, 1957)**

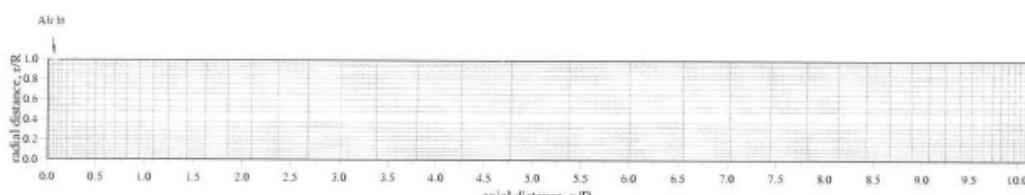


Figure 2b. Grid distribution (50x25)

compressible flow) ถึงแม้ว่าความหนืด粘滞จะเป็นฟังชันของอุณหภูมิ แต่ในการคำนวณนี้สมมุติให้เป็นค่าคงที่เพื่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในท่ออวอร์เทกซ์ไม่สูงมากนัก

5.2 เงื่อนไขผนัง

เนื่องจากการทดลองที่นำมาเปรียบเทียบนี้ไม่ได้กล่าวถึงสภาพบรรยายศรuba ท่ออวอร์เทกซ์ ในความเป็นจริงท่ออวอร์เทกซ์ต้องได้รับผลกระทบจากอุณหภูมิภายในห้องทดลองอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เนื่องจากวัสดุที่ใช้สร้างท่ออวอร์เทกซ์ คือ Plexiglas ซึ่งมีสมบัติเป็นฉนวน ดังนั้นค่าเงื่อนไขอุณหภูมิที่ผิวจะเลือกใช้ผลเฉลยที่ถูกต้องที่สุดจากการคำนวณโดยการกำหนดเงื่อนไขแบบผนังฉนวนสมบูรณ์ (adiabatic wall) และอุณหภูมิผิวคงที่ที่อุณหภูมิอากาศล้อมรอบ (constant temperature) โดยเปรียบเทียบผลจากการทดลอง

5.3 เงื่อนไขขอบที่ทางออก

เพื่อลดความซับซ้อนการไหลที่ปลายท่อมาถึงแบบล็อกสีเหลี่ยมถูกใช้แทนว่าลักษณะโคน และเงื่อนไขเกร็ทเดียนความต่างเป็นศูนย์ (zero gradient conditions) ถูกประยุกต์ใช้กับทุกตัวแปร ยกเว้นความเร็วในแนวแกน ซึ่งควบคุมโดยการบังคับด้วยสมการความต่อเนื่อง

6. ผลการคำนวณโดยแบบจำลองความปั่นป่วน k - ϵ และแบบจำลองความเก็บพิชิตของเรย์โนล์ด (ASM)

ผลการคำนวณโดยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน และแบบจำลองความเก็บพิชิตของเรย์โนล์ด ภายใต้ข้อสมมุติฐานการไหลสองมิติที่ไหลอย่างคงตัว แสดงในรูปของสนามความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิใน Figures 3 ถึง 10

6.1 ความเร็ว

รูปร่างความเร็วรวมและแนวสัมผัสด้านแนวแกนรัศมีทั้งหมด 3 ตำแหน่งแสดงใน Figure 3 ซึ่งถูกคำนวณโดยแบบจำลองความปั่นป่วน k - ϵ และแบบจำลองความเก็บพิชิตของเรย์โนล์ด เทียบกับผลการทดลอง ซึ่งพบว่าผลการคำนวณของแบบจำลองความปั่นป่วน k - ϵ ให้ค่าสอดคล้องกับผลการทดลองเฉพาะที่ตำแหน่งแรก $x/D = 0.333$ และยังพบว่าการไหลที่ปลายท่ออวอร์เทกซ์จะมีการเดื่อมสลายของรูปร่างความเร็วในแนวสัมผัสด้านอย่างรวดเร็วและกล้าย

สภาพเป็นรูปร่างการไหลแบบอนุภาคหมุนหมุนรอบตัวเองหรือ force vortex ข้อมูลผลการทดลองซึ่งให้เห็นว่าการเดื่อมสลายอย่างรวดเร็วเป็นผลอันเนื่องมาจากกรรมตัวกันของ free vortex (การไหลแบบไม่มีหมุนรอบตัวเอง) และ force vortex ในผลการคำนวณด้วยแบบจำลองความเก็บพิชิตของเรย์โนล์ด รูปร่างสนามความเร็วให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับการทดลองทั้ง 3 ตำแหน่งการวัดโดยเฉพาะบริเวณที่ผนังท่อแต่จะมีผลการคำนวณที่ค่อนข้างต่ำ (under-prediction) ที่บริเวณใจกลางท่ออวอร์เทกซ์ตั้งแต่ช่วง $r/R = 0.5$ เป็นต้นไป เนื่องจากบริเวณใจกลางท่อเมื่อการเปลี่ยนแปลงและการกระเพื่อม (fluctuation) ของความเร็วที่สูงมากจึงทำให้การวัดสนามการไหลช่วงดังกล่าวเป็นไปได้ยากและมีความคลาดเคลื่อนทั้งจากการคำนวณและจากการทดลองสูง โดยในงานการทดลองของ Hartnett และ Eckert (1957) จึงวัดได้ที่เฉพาะระยะ $r/R = 0.2$ และ 0.3 ขึ้นไป โดยทั่วไปแล้วผลการคำนวณสนามความเร็วด้วยแบบจำลองความเก็บพิชิตของเรย์โนล์ด มีความสอดคล้องใกล้เคียงกับผลการทดลองได้ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน k - ϵ จากรูปจะมีความเร็วสูงสุดที่บริเวณผนังท่อประมาณ 200 ถึง 250 เมตร/นาที ขณะที่บริเวณกลางท่อผลที่คำนวณมีความเร็วเป็นศูนย์หรือไม่มีการเคลื่อนที่บริเวณกลางท่อน้ำเอง จากรูปบริเวณกลางท่อจะมีพลังงานจนน้อยมากเมื่อเทียบกับบริเวณผนังท่อซึ่งผลต่างจากพลังงานนี้เองทำให้เกิดการแยกชั้นของอุณหภูมิ

6.2 ความดัน

ผลการคำนวณการเปลี่ยนแปลงความดันรวมและความดันสกิดในท่ออวอร์เทกซ์ต่อตามแนวแกนรัศมีโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน k - ϵ และแบบจำลองความเก็บพิชิตของเรย์โนล์ด ในการคำนวณและนำมาระบบเปรียบเทียบกับการทดลองได้แสดงดัง Figure 4 โดยจะเห็นได้ว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงความดันรวมและความดันสกิดสูงที่บริเวณผนังท่ออวอร์เทกซ์ตามความเร็วหรือพลังงานจนที่สูงตามหัวข้อที่แล้วโดยจะค่อยๆ ลดลงตามความเร็วที่ลดลงมาและต่ำสุดที่บริเวณใจกลางท่ออวอร์เทกซ์ จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่ารูปร่างการเปลี่ยนแปลงความดันที่ได้จากผลการคำนวณทั้ง 2 แบบจำลอง มีความใกล้เคียงกับผลการวัดโดย Hartnett และ Eckert (1957) โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ตำแหน่งแรก $r/R = 0.333$ ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีความดันที่ค่อนข้างสูงที่บริเวณใจกลางกับผนังท่อและความดันค่อนข้างต่ำที่

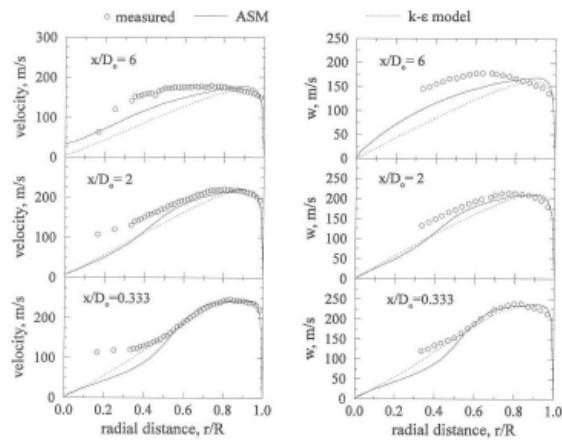


Figure 3. Comparison of predicted total and tangential velocity profiles with measurements.

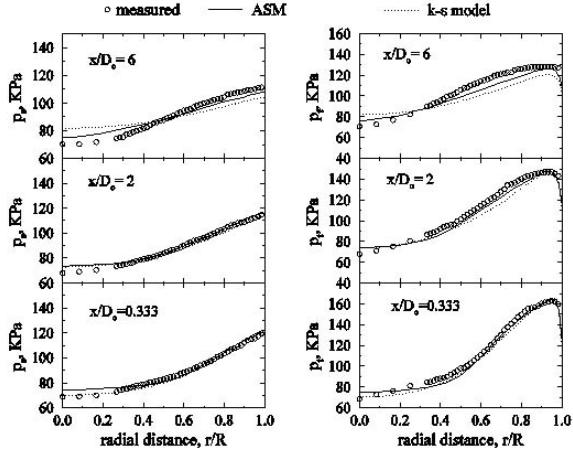


Figure 4. Comparison of predicted total and static pressure profiles with measurements.

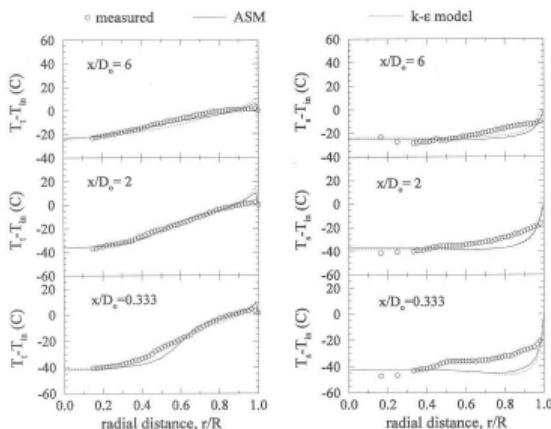


Figure 5. Comparison of predicted total and static temperature profiles with measurements.

บริเวณใจกลางท่อออร์ทอกซ์ จากรูปที่ 3 ตำแหน่งสุดท้ายของ การวัด $x/D_o = 6.0$ ผลการคำนวณด้วยแบบจำลองความเค้น พีชคณิตของเรย์โนล์สจะดีกว่าเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับ แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ โดยค่าตำแหน่งสุดและสูงสุดที่คำนวณโดยแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ จะมีค่าตำแหน่งเล็กน้อย ขณะที่แบบจำลองความเค้นพีชคณิตของเรย์โนล์ส แสดงผล คำนวณที่ใกล้เคียงมากกว่า ซึ่งผลการคำนวณที่แตกต่างอย่าง ชัดเจนจากทั้ง 2 แบบจำลองจะสามารถอสังเกตได้ที่ปลาย ตำแหน่งการไหล $x/D_o = 6.0$

6.3 อุณหภูมิ

รูปร่างอุณหภูมิรวมและอุณหภูมิสถิติที่ คำนวณโดยแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ และแบบจำลอง ความเค้นพีชคณิตของเรย์โนล์สเทียบผลการทดลองแสดงใน Figure 5 จากผลการคำนวณรูปร่างของอุณหภูมิรวมด้วยแบบ จำลองทั้งสองให้ผลค่อนข้างดีกับผลการทดลองทั้ง 3 ตำแหน่ง โดยเฉพาะที่ตำแหน่งแรก $x/D_o = 0.333$ ผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ ให้ผลการคำนวณที่ดี มากเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองขณะที่แบบจำลองความ

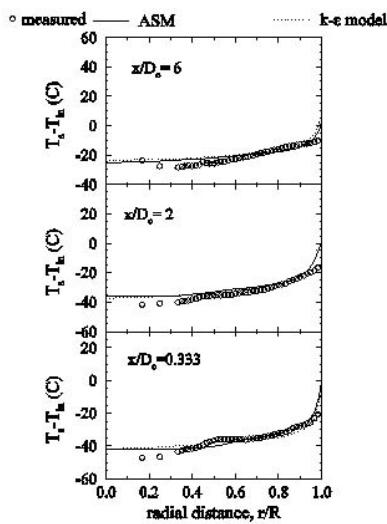


Figure 6. Comparison of predicted temperature profiles using isentropic relations for calculating static temperature with measurements.

เก็บพื้นที่คณิตของเรย์โนล์ดส์ให้ผลการคำนวณที่ต่ำกว่าเล็กน้อย โดยเฉพาะที่ตำแหน่ง $r/R = 0.3$ ถึง 0.6 เช่นเดียวกับผลการคำนวณที่ตำแหน่ง $x/D_0 = 2.0$ ให้ผลการคำนวณทั้งสองแบบจำลองค่อนข้างดี ยกเว้นเฉพาะบริเวณใกล้กับผนังท่อ สำหรับตำแหน่งสุดท้าย $x/D_0 = 6.0$ แบบจำลองความเก็บพื้นที่คณิตของเรย์โนล์ดส์จะคำนวณได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองได้ดีกว่าแบบจำลองความบันปวน $k-e$ ซึ่งให้ค่าค่อนข้างต่ำในช่วง $r/R = 0.9$ ถึง 0.7 จากผลการคำนวณค่าอุณหภูมิต่ำสุดบริเวณแกนกลางท่อทั้ง 3 ตำแหน่งการวัดให้ผลค่อนข้างต่ำที่ 2 แบบจำลอง แต่อุณหภูมิสูงสุดที่คำนวณได้จากแบบจำลองทั้ง 2 ที่บริเวณผนังท่อจะมีค่าสูงกว่าผลการวัด (over prediction) ซึ่งมีผลอนามาจากการสามารถของสมการผนัง (wall function) ที่ไม่สามารถจับการเคลื่อนไหวของการเดินทางของสสารย้อนรัวของแรงเรียวของการเคลื่อนที่แบบ free vortex ในแนวแกนสัมผัสได้ จากรูปทั้ง 3 ตำแหน่ง การวัดการคำนวณโดยแบบจำลองความเก็บพื้นที่คณิตของเรย์โนล์ดส์ให้ผลที่ดีกว่าแบบจำลองความบันปวน $k-e$

การคำนวณการกระจายอุณหภูมิสกิดโดยแบบจำลองทั้ง 2 มีผลค่อนข้างไม่เดี่ยวกันมากนักเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสกิดจากผลการวัดที่บริเวณใจกลางท่อและใกล้

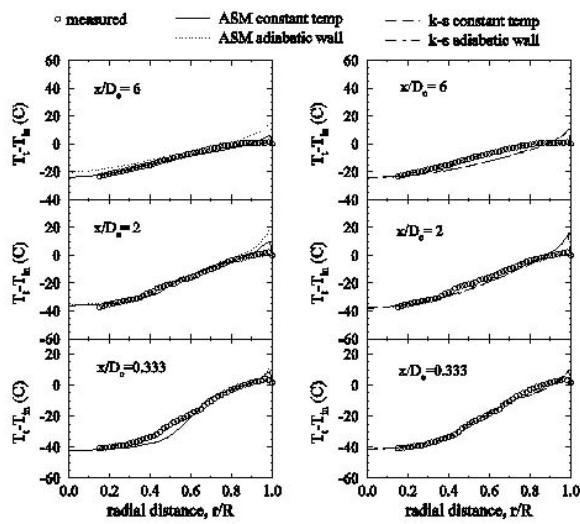


Figure 7. Comparison of predicted total temperature profiles using different wall temperature conditions with measurements.

ผนังท่อมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย แต่สืบเนื่องจากวิธีการวัดอุณหภูมิสกิดที่ไม่ได้ก่อตัวไว้จากการของ Hartnett และ Eckert (1957) ซึ่งผลการวัดอุณหภูมิสกิดจากการทดลองอยู่ภายใต้เงื่อนไขการไหลแบบไอเซนทรอปิก (isentropic) ซึ่งถูกอ้างอิงจากการของ Amitani และคณะ (1983) ซึ่งความสัมพันธ์แบบไอเซนทรอปิกนี้สามารถเปลี่ยนได้ดังนี้

$$\frac{T_t}{T_s} = 1 + (\gamma - 1) \frac{M^2}{2} = \left(\frac{P_t}{P_s} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

เมื่ออุณหภูมิรวม (T) ความดันรวม (P) และความดันสกิด (P_s) ซึ่งได้จากการวัดโดยเครื่องมือโดยตรงสำหรับในการคำนวณนี้ได้เลือกความสัมพันธ์ไอเซนทรอปิก ข้างต้นในการแทนค่าอุณหภูมิรวม (T) ความดันรวม (P) และความดันสกิด (P_s) ลงไป ซึ่งผลการคำนวณได้แสดงใน Figure 6 โดยได้ทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่เลือกความสัมพันธ์ไอเซนทรอปิกเทียบกับข้อมูลผลการทดลองทุกช่วงพบว่าผลคำนวณรูปร่างอุณหภูมิสกิดมีผลใกล้เคียงกับผลการทดลองและให้ค่าใกล้เคียงมากกว่าเดิมเมื่อเทียบกับ Figure 5 ในกรณีการอุณหภูมิสกิดถูกทำโดยความสัมพันธ์ของสมการสถานะ

เนื่องจากหลักการของความสัมพันธ์ไอเซน-

므로ปีกสำหรับการคำนวณอุณหภูมิสติกข้างด้านได้ถูกนำมาใช้กับการทดลองต่างๆ มากซึ่งไม่ค่อยเหมาะสมสมนัก เนื่องจาก การไหลทั่วไปไม่ใช้การไหลแบบไอเซ็นทรอลปิก ใน การคำนวณ นี้อุณหภูมิสติกถูกหาโดยความสัมพันธ์ของสมการสถานะซึ่ง หมายความมากที่สุดโดยไม่ต้องใช้สมมุติฐานที่เป็นการไหลแบบ ไอเซ็นทรอลปิกโดยทั่วไปแล้วอุณหภูมิสติกจะถูกซึ่งให้เห็นเฉพาะทิศทางการถ่ายเทความร้อนภายในห้องเท่านั้น

การเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิโดย การใช้เงื่อนไขที่ผนัง 2 แบบแสดงใน Figure 7 แบบแรก เป็นเงื่อนไขที่มีผนังเป็นวนวนสมบูรณ์ เงื่อนไขที่สองเป็น อุณหภูมิผิวคงที่ที่อุณหภูมิอากาศล้อมรอบ จากผลการคำนวณ โดยแบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์ พบร่วางเงื่อนไข แบบอุณหภูมิที่ผิวคงที่จะให้ค่าผลการคำนวณที่ใกล้เคียงมาก กว่าการใช้เงื่อนไขแบบผนังวนสมบูรณ์ โดยได้ให้ค่าการ คำนวณอุณหภูมิเกินและไปเล็กน้อย สำหรับผลที่คำนวณจาก แบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ พบร่วางผลที่ได้จากเงื่อนไขทั้ง ส่องไม่แตกต่างมากนักซึ่งในการคำนวณพบว่าเงื่อนไขผนัง แบบอุณหภูมิที่ผิวคงที่จะสูงเข้าหากำต่ออบได้ช้าและยากกว่า เงื่อนไขที่แบบผนังวนสมบูรณ์ อย่างไรก็ตามเงื่อนไขที่มี อุณหภูมิที่ผิวคงที่สามารถใช้ได้อย่างดีในทุกแบบจำลองซึ่ง เป็นเงื่อนไขจริง ของการทดลองที่ควรจะเป็น

6.4 สนามความเร็วและอุณหภูมิรวมภายในห้องของ เทกซ์

การเปรียบเทียบสตรีมฟังก์ชัน (stream function) ที่คำนวณโดยแบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ และ แบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์แสดงใน Figures 8a และ 8b จากรูปทั้งสองสามารถสังเกตการไหลหมุนวน หรือการไหลย้อนกลับ (re-circulation flow) ตลอดความ ยาวท่อออร์เทกซ์ได้อย่างชัดเจน โดยเฉพาะผลที่คำนวณได้ จากแบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์จะมีขนาดการ ไหลหมุนวนที่ยาวกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ อัน เนื่องจากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ ได้พิจารณาให้ ค่าความเดินความหนืด (viscous stress) คงที่จึงทำให้ เทอมการแพร่น้อยกว่าแบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์ โนลด์ที่ซึ่งค่าความเดินความหนืดไม่คงตัวและเป็นแบบจำลอง order ที่สูงกว่าแบบจำลอง $k-E$ ซึ่งเป็นเพียง first order

จาก Figures 8a และ 8b จะมีการเปลี่ยน แปลงสภาพการไหลหรือความเร็วที่ค่อนข้างสูงที่ตำแหน่งใกล้

บริเวณหัวฉีด $x/D = 0.1$ ถึง 1.0 โดยหลังจากตำแหน่งนี้ การไหลจะเกิดการขยายตัวขึ้นที่บริเวณกลางและปลายท่อซึ่ง ความเร็วจะค่อยๆ ลดลงมาเรื่อยๆ จนกระทั่งที่ปลายทางออก จากรูปในการคำนวณพบว่าตำแหน่งที่เกิดการไหลย้อนกลับ ในช่วง $x/D = 0.1$ ถึง 9.7 สำหรับแบบจำลองความเดิน พื้นที่ของเรย์โนลด์ซึ่งมีขนาดยาวถึงปลายท่อออร์เทกซ์ ที่ทางออก ขณะที่แบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ จะอยู่ในช่วง $x/D = 0.1$ ถึง 3.4 ซึ่งทั้งสองแบบจำลองจะมีการหมุนวน อีกเล็กน้อยที่ปลายทางออกของท่อออร์เทกซ์ เนื่องจากที่ทาง ออกได้ทำการตัดตัวว่าว็บลือกสีเหลี่ยมควบคุมการไหล เช่นเดียวกันใน Figures 8c และ 8d แสดงสตรีมฟังก์ชันที่ได้ จากการคำนวณของ Behera และคณะ (2005) และ Cockerill (1995) ซึ่งลักษณะรูปร่างการไหลที่คำนวณได้จะ มีความคล้ายคลึงและใกล้เคียงกับแบบจำลองความเดินพื้นที่ ของเรย์โนลด์ และแบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ โดย จะมีลักษณะการไหลวนหรือการไหลย้อนสูงที่บริเวณช่วงแกน กลางและด้านท่อออร์เทกซ์ และมีจุดกลางการหมุนวนอยู่ที่ ตำแหน่ง $L/D = 0.35$ และยาวไปถึงบริเวณทางออกของ ท่อซึ่งไม่ได้แสดงจุดที่ทางออกในรายงานของ Behera และ คณะ (2005)

ทิศทางการไหลของความเร็ว (vector plot) ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ และ แบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์แสดงใน Figures 9a และ 9b ตามลำดับ ซึ่งจะสังเกตได้ว่ามีการไหลย้อนกลับ หรือไหลวนที่เกิดขึ้นในตำแหน่งบริเวณแกนกลางช่วงด้านท่อ เมื่อพิจารณาจากทิศทางการไหลย้อนกลับจะมีจุด reattachment อยู่ที่ $x/D =$ ประมาณ 4.25 สำหรับแบบจำลอง ความปั่นป่วน $k-E$ ขณะที่แบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์จะไม่พบจุดการเกิด reattachment เนื่องจากที่ ปลายทางการไหลย้อนกลับจะบรรจบพับกันการไหลย้อนที่ ปลายท่ออยู่ซึ่งจุดการเกิด reattachment ของแบบจำลอง ความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์จะใกล้กว่าจากการคำนวณ ของแบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ เนื่องจากค่าความเดิน ความหนืดจากแบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ มีค่าคงที่จึง ทำให้เทอมการแพร่น้อยกว่าแบบจำลองความเดินพื้นที่ของเรย์โนลด์ที่มีค่าความเดินความหนืดไม่คงตัว

การกระจายของอุณหภูมิรวมที่คำนวณโดย แบบจำลองความปั่นป่วน $k-E$ และแบบจำลองความเดินพื้นที่

คณิตของเรย์โนล์ด์สแสดงใน Figures 10a และ 10b โดยเฉพาะที่ทางเข้าซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงผลต่างอุณหภูมิสูงมาก

ยกเว้นบริเวณแกนกลางที่ระยะ $r/R = 0.85$ ขึ้นไป อุณหภูมิรวมที่คำนวณได้มีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิที่ทางเข้า การแยกตัวของ

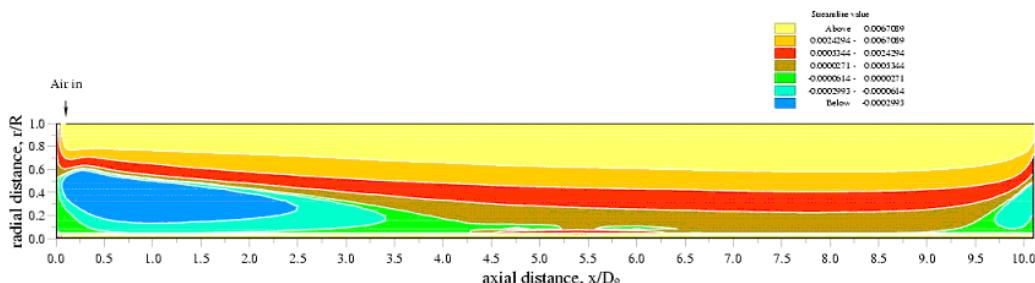


Figure 8 a. Streamlines predicted by the $k-\epsilon$ model (vortex tube of Hartnett and Eckert, 1957)

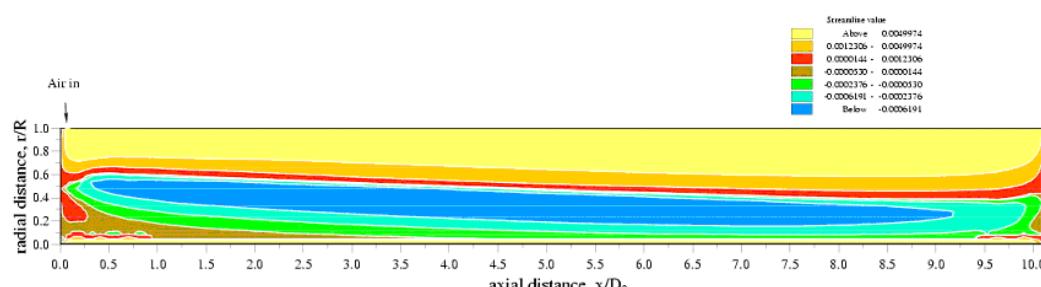


Figure 8 b. Streamlines predicted by the ASM (vortex tube of Hartnett and Eckert, 1957)

[Color figure can be viewed in the electronic version]

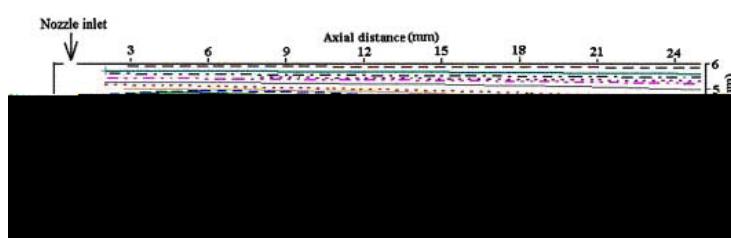


Figure 8 c. Streamlines predicted by the model.
(presented by Behera *et al.*, 2005)

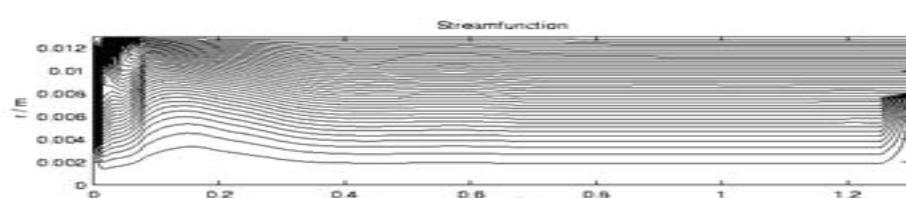


Figure 8d. Streamlines predicted by the model.
(presented by Cockerill, 1995)

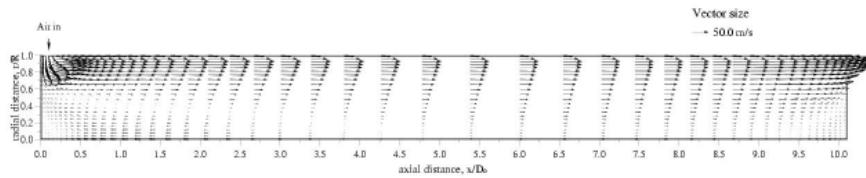


Figure 9a. Velocity vectors predicted by the $k-\epsilon$ model
(vortex tube of hartnett and Eckert, 1957)

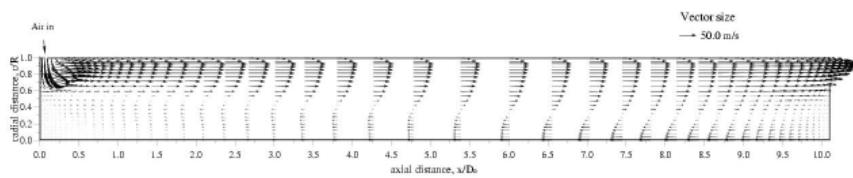


Figure 9b. Velocity vectors predicted by the ASM model
(vortex tube of hartnett and Eckert, 1957)

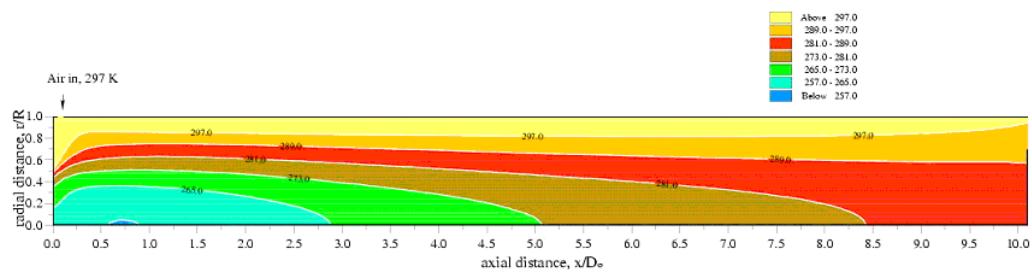


Figure 10a . Contours of total temperature predicted by the $k-\epsilon$ model
(vortex tube of hartnett and Eckert, 1957)

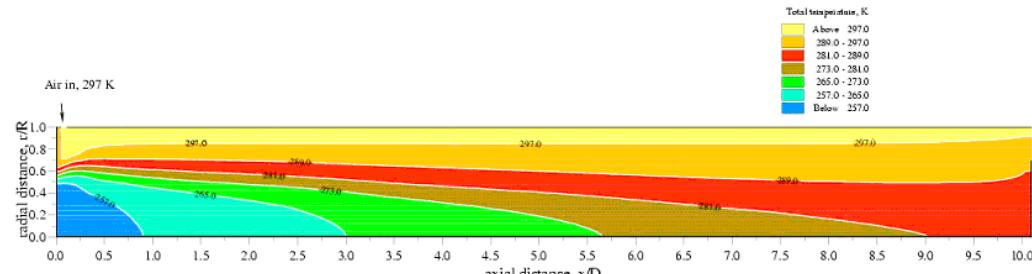


Figure 10b. Contours of total temperature predicted by the ASM (vortex tube of hartnett and Eckert, 1957)

[Color figure can be viewed in the electronic version]

Amitani, T. Adachi, T. and Kato, T. 1983. A study on temperature separation in a large vortex tube. Transaction JSME 49 : 877-884.

Blatt, T.A, and Trusch, R.B. 1962. An experimental investigation of an improved vortex cooling device. American Society of Mechanical Engineers, Winter Annual MeKeting, USA.

Behera, U., Paul, P.J., Kasthuriengen, S., Karunanithi, R., Ram, S.N., Dinesh, K. and Jacob, S. 2005. CFD analysis and experimental investigations towards optimizing the parameters of Ranque-Hilsch vortex tube. Int. J. Heat and Mass Transfer, 48(10) : 1961-1973.

Cockerill, T. 1997. Ranque-Hilsch Vortex Tubes. Ph.D Thesis of University of Sunderland, UK.

Dissier, R.G. and Perlmutter, M. 1960. Analysis of the flow and energy separation in a vortex tube. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1 : 173-191.

Erdelyi, J. 1962. Wirkung des zentrifugalfeldes auf warmezustand der gase erklarung der Ranque erschemung. Forsch, Inq Wes, 28 :181-186.

Frohlingdorf, W. and Unger, H. (1999). Numerical investigations of the compressible flow and the energy separation in the Ranque-Hilsch vortex tube. Int. J. Heat and Mass Transfer, 42 : 415-422.

Fulton, C.D. 1950. Ranque's tube, ASRE Refri. Eng., 5 : 473-479.

Gatski, T.B. 1996. Turbulent Flows: Model Eqows: Model Eqows: Mod

- Marshall, J. 1977. Effect of operation condition, physical size and flow characteristic the gas separation performance of a Linderstrom-Lang vortex tube. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 2 : 227-231.
- Martynovskii, V.S. and Alekseev, V.P. 1957. Investigation of the vortex thermal separation effect of gases and vapour. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 1 : 233.
- Nieh, S. and Zhang, J. 1992. Simulation of the strongly swirling aerodynamic field in a vortex combustor. *Trans. ASME J. Flu. Eng.*, 114, Sept.
- Promvong, P. 1997. A Numerical Study of Vortex Tubes with an Algebraic Reynolds Stress Model. PhD Thesis of University of London, UK.
- Promvonge, P. and Eiamsa-ard, S. 2004. Experimental investigation of temperature separation in a vortex tube refrigerator with snail entrance. *Asea. J. Sci. Tech. Dev.*, 21(4) : 297-308.
- Promvonge, P. and Eiamsa-ard, S. 2005. Investigation on the vortex thermal separation in a vortex tube refrigerator. *Sci. Asi. J.*, 31(3) : 215-223.
- Pun, W.M. 1992. An Introduction to the TEFESS Code, Department of Mechanical Engineering, Imperial College, University of London, February.
- Ranque, G.J. 1933. Experiments on expansion in a vortex with simultaneous exhaust of hot air and cold air, *Le Journal de Physique et le Radium*, Paris, 4 : 112-114. Also translated as General Electric Co., Schenectady Works Rodi, W.A. 1976. New Algebraic relations for calculating the Reynolds stresses. *Z. Angew. Math. Mech. (ZAMM)*, 56 : T219-T221.
- Saidi, M.H. and Valipour, M.S. 2003. Experimental modeling of vortex tube refrigerator. *App. Ther. Eng.*, 23 : 1971-1980.
- Scheper, G.W. 1951. The vortex tube; internal flow data and a heat transfer theory. *J. ASRE, Refri. Eng.*, 59 : 985-989.
- Schultz-Grunow, F. 1951. Turbulenter warmedurchgang im zentrifugalfeld. *forsch. Ing.Wes.*, 17(3) : 66-76.
- Skye, H.M. Nellis, G.F. and Klein, S.A. 2006. Comparison of CFD analysis to empirical data in a commercial vortex tube. *Int. J. Refri.*, 29 : 71-80.
- Sloan, D.G. Smith, P.J. and Smoot, L.D. 1986. Modeling of swirl in turbulent flow system. *Progr. Ene. Combust. Sci.*, 12 : 163-250.
- Stephan, K. lin, S. Durst, M. Hanng, P. and Scher, D. 1984. A similarity relation for energy separation and vortex tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27 (6) : 911-920.
- Takayama, H. 1965. Studies on vortex tube. *Buil. JSME*, 443- 440.
- Takahama, H. Kawamura, M. Kato, B. and Yokosawa, H. 1979. Performance characteristics of energy separation in a steam operated vortex tube. *Int. J. Eng. Sci.*, 17 : 735-744.
- Wilcox, C.D. 1993. Turbulent Modelling for CFD. DCW Industries, Inc., California.
- Williams, A. 1971. The cooling of methane with vortex tubes. *J. of Mech. Eng. Sci.*, 13(6) : 365-375.
- Zhang, J. Nieh, S. and Zhou, L. 1992. A new version of Algebraic stress model for simulating strongly swirling turbulent flows. *J. Num. Heat Transfer, Part B*, 22 : 49-62.