

การศึกษาพฤติกรรมการล้มเบรกของรถยนต์ภายใต้สภาวะ การเบรกแบบต่าง ๆ

สุรเชษฐ์ ชุติมา¹ ทศนพ กำเนิดทอง² และ วิสวัท อรรถนกุล³

Abstract

Chutima, S.¹, Kamnerdtong, T.², and Atjanakul, W.³

**A behavior study of automotive drum brake under various
braking conditions**

Songklanakarin J. Sci. Technol., 2007, 29(2) : 477- 488

During vehicle deceleration due to friction between the lining and the brake drum, kinetic energy of the vehicle is turned into thermal energy that raises temperature of the drum brake components. This causes thermal elastic instability that affects braking performance and the brake drum lining failure. This work aimed to study the dynamic behaviors of the drum brake under various braking conditions. Three cases of severe braking are considered i.e., high wheel speed without carrying load, medium wheel speed without carrying load and medium wheel speed with full load. Moreover, a case of normal braking, having high wheel speed without carrying load is also included for comparison purpose. Two dimensional finite element technique

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thungkru, Thonburi Bangkok, 10140 Thailand.

¹Ph.D. (Mechanical Eng) รองศาสตราจารย์ ²Ph.D. (Mechanical) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ³ว.ม. (วิศวกรรมเครื่องกล) นักวิจัย ศูนย์ปฏิบัติการคอมพิวเตอร์เพื่องานวิจัยทางวิศวกรรม (COCARE) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140

Corresponding e-mail:surachate.chu@kmutt.ac.th

รับต้นฉบับ 5 กรกฎาคม 2549 รับลงพิมพ์ 5 กันยายน 2549

was adopted to simulate the dynamic interaction between temperature distribution, brake shoe movement and the declined of wheel speed. The coupled thermo-mechanical results reveal that severe braking is an important factor that causes high non-uniform temperature distributions and high-risk thermal elastic instability; whereas wheel speed and vehicle load have less effect on the braking behaviors.

Key words: drum brake / finite element analysis / temperature distribution

บทคัดย่อ

สุรเชษฐ์ ชุตินา ทศนพ กำเนิดทอง และ วิสวัท อรรถจณกุล

การศึกษาพฤติกรรมดรัมเบรกของรถยนต์ภายใต้สภาวะการเบรกแบบต่าง ๆ

ว. สงขลานครินทร์ วทท. 2550 29(2) : 477-488

ดรัมเบรกจะชะลอความเร็วของรถยนต์โดยอาศัยการสัมผัสเสียดสีเพื่อให้เกิดแรงต้านการหมุนระหว่างดรัมเบรกกับผ้าเบรก กระบวนการนี้ทำให้พลังงานจลน์ของรถยนต์เปลี่ยนไปเป็นพลังงานความร้อนซึ่งส่งผลให้ชิ้นส่วนของดรัมเบรกมีอุณหภูมิสูงขึ้นจึงอาจเป็นสาเหตุให้เกิดความไม่เสถียรเนื่องจากความยืดหยุ่นทางความร้อน สมรรถนะการเบรกจะลดลงและอาจทำให้ดรัมเบรกกับผ้าเบรกเกิดความเสียหาย การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสองมิติถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบพฤติกรรมพลวัตโดยพิจารณาผลกระทบจากความร้อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเสียดทานและภาวะทางกลไปพร้อม ๆ กันภายใต้สภาวะการเบรก 4 ลักษณะ คือ การเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วสูงเมื่อไม่มีการบรรทุก การเบรกอย่างไม่รุนแรงที่ความเร็วสูงเมื่อไม่มีการบรรทุก การเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วปานกลางเมื่อไม่มีการบรรทุก และการเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วปานกลางเมื่อมีการบรรทุกซึ่งมีประเด็นที่พิจารณาคือ การกระจายอุณหภูมิ การเคลื่อนที่ของก้ามเบรกและการลดลงของความเร็วในการหมุน จากการศึกษาพบว่าการเบรกอย่างรุนแรงเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้มีการกระจายของอุณหภูมิแตกต่างกันมากและมีโอกาสเกิดความไม่เสถียรเนื่องจากความยืดหยุ่นทางความร้อนสูง ส่วนผลของความเร็วมอเตอร์และน้ำหนักบรรทุกจะมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของดรัมเบรกลดลง

ระบบเบรกถือเป็นระบบความปลอดภัยที่มีความสำคัญสำหรับรถยนต์ เพราะความปลอดภัยของชีวิตผู้ขับขี่และผู้โดยสารขึ้นอยู่กับระบบเบรก ปัจจุบันระบบเบรกที่ได้รับความนิยมมีอยู่ 2 ชนิด คือ ดิสก์เบรก (disc brake) และดรัมเบรก (drum brake) ซึ่งเบรกทั้งสองชนิดมีลักษณะทางกายภาพ การทำงาน ประสิทธิภาพ และความเหมาะสมในการนำไปใช้งานที่แตกต่างกัน โดยรถยนต์นั่งส่วนบุคคลมักจะใช้ดิสก์เบรกทั้งสี่ล้อ แต่สำหรับรถยนต์บรรทุกก็ยังนิยมใช้ดรัมเบรกกับล้อหลังของรถยนต์อยู่ ส่วนรถยนต์บรรทุกขนาดใหญ่และรถยนต์โดยสารมักจะใช้กับทุกล้อ ลักษณะเด่นของดรัมเบรก คือ ขณะทำการเบรกการหมุนของล้อจะช่วยเสริมให้แรงในการเบรกมีค่าสูงขึ้นซึ่งเหมาะกับรถยนต์ที่มีภาระบรรทุกมาก

ดรัมเบรกจะชะลอความเร็วของรถยนต์หรือทำให้

รถยนต์หยุดการเคลื่อนที่โดยอาศัยการสัมผัสเสียดสีเพื่อให้เกิดแรงต้านการหมุนระหว่างดรัมเบรก (brake drum) กับผ้าเบรก (lining) โดยดรัมเบรกจะยึดติดและหมุนไปพร้อมกับล้อส่วนผ้าเบรกจะยึดติดอยู่กับที่หรือในดรัมเบรกบางประเภทอาจมีการเคลื่อนที่ได้เล็กน้อย ปัจจุบันรถยนต์ถูกพัฒนาให้มีความสามารถในการเบรกที่เพียงพอต่อการใช้งาน ซึ่งการออกแบบและพัฒนาระบบเบรกจำเป็นที่จะต้องทราบถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายใต้สภาวะการเบรกต่าง ๆ

การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการนำมาวิเคราะห์พฤติกรรมของ ดรัมเบรกที่เกิดขึ้นขณะทำการเบรก การทราบถึงพฤติกรรมจะทำให้การพัฒนาและออกแบบดรัมเบรกเป็นไปได้อย่างเหมาะสมกับความต้องการมากขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยลดต้นทุนในการ

พัฒนาและการผลิตอีกทั้งยังช่วยให้ประหยัดเวลาในการพัฒนาด้วย จากการสืบค้นงานวิจัยที่เกี่ยวกับระบบเบรกพบว่าการศึกษาเพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมของดิสก์เบรกได้มีการพัฒนาก้าวหน้าไปอย่างมาก (สุรเชษฐ์, 2547; อานาจ, 2547; Hohmann, 1999; Valvano and Lee, 2000; Zagrodzki, 2001; Gao and Lin, 2002; Choi and Lee, 2003) แตกต่างจากการศึกษาเพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมของดรัมเบรกซึ่งไม่ค่อยพบการศึกษาเชิงลึกมากนัก (Iombriller and Canale, 2001; Huang and Shyr, 2002) ทั้งที่ดรัมเบรกยังมีการใช้งานกันอยู่โดยทั่วไป นอกจากนี้การศึกษาในอดีตมักจะแยกวิเคราะห์ระหว่างพฤติกรรมจากความร้อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเสียดทานและพฤติกรรมจากภาระทางกลที่กระทำ งานวิจัยนี้เป็นการวิเคราะห์พฤติกรรมของดรัมเบรกแบบพลวัตโดยพิจารณาผลกระทบจากความร้อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเสียดทานและภาระทางกลไปพร้อมๆ กัน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการพิจารณาปัจจัยกำหนดที่เหมาะสมสำหรับการออกแบบดรัมเบรก

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. การกระจายแรงเบรกระหว่างล้อหน้ากับล้อหลังใน

สภาวะพลวัต

เมื่อทำการเบรก รถยนต์จะเคลื่อนที่ด้วยอัตราหน่วงจากทอร์กของการเบรกที่ต้านการหมุนของพียวงรถยนต์ ซึ่งสัมพันธ์กับพินดนน โดยมีแรงกระทำซึ่งเกิดขึ้นที่ล้อด้านหน้าและด้านหลังขณะรถยนต์มีความหน่วงดังแสดงใน Figure 1 อัตราส่วนระหว่างภาระที่กระทำกับล้อหลังกับน้ำหนักรวมในสภาวะสถิต (Ψ) สามารถเขียนในรูปสมการได้เป็น (Limpert, 1999)

$$\Psi = \frac{F_{zRstatic}}{W} \quad (1)$$

เมื่อ $F_{zRstatic}$ คือ ภาระที่กระทำกับล้อหลังในแนวตั้งฉากสำหรับสภาวะสถิต (นิวตัน)

W คือ น้ำหนักรวมของรถยนต์ (นิวตัน)
ในการออกแบบการกระจายแรงเบรกสำหรับยานพาหนะที่มี

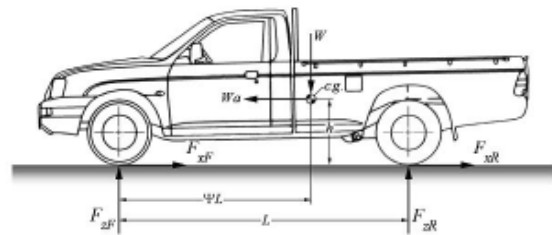


Figure 1. Loading on a decelerated vehicle

เพลาล้อหน้าและล้อหลังอย่างละหนึ่งชุด (Two-Axle Vehicle) จะกำหนดค่าการกระจายแรงเบรกเป็นช่วงค่าตามสมการ (Limpert, 1999)

$$\left(1 - \mu\chi - \frac{(1 - \Psi)}{E_{min}}\right) \leq \Phi \leq \left(\frac{\Psi}{E_{min}} - \mu\chi\right) \quad (2)$$

- เมื่อ Φ คือ ค่าการกระจายแรงเบรก
 E_{min} คือ ค่าประสิทธิภาพการเบรกต่ำสุด
 χ คือ อัตราส่วนระหว่างความสูงจากจุดศูนย์กลางมวลรถยนต์และพินดนน (h) กับระยะฐานล้อ (L)
 μ คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างยางกับพินดนน

สภาวะที่ใช้ในการวิเคราะห์กำหนดให้ μ มีค่าระหว่าง 0.2 กับ 0.8 ค่าประสิทธิภาพการเบรกต่ำสุด (E_{min}) มีค่าประมาณ 70% และการวิเคราะห์ขณะที่รถยนต์ไม่มีการบรรทุกและมีการบรรทุกจะส่งผลต่อค่า Ψ และ χ ด้วย สำหรับค่า Φ ที่ได้จะนำไปใช้ในการประเมินผลทางการออกแบบ

2. โมเมนต์ความเฉื่อยสมมูล

เมื่อทำการเบรกขณะรถยนต์เคลื่อนที่ที่จะเกิดความเฉื่อยเนื่องจากน้ำหนักของรถยนต์ที่กระทำรอบแกนหมุนของระบบเบรกซึ่งเรียกว่า โมเมนต์ความเฉื่อยสมมูล (Equivalent Moment of Inertia) การคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยสมมูลจะใช้หลักการสมมูลกันระหว่างพลังงานจลน์ เนื่องจากการเคลื่อนที่ของรถยนต์และพลังงานจลน์เนื่องจากการหมุน

รอบแกนการหมุนของจานเบรกตามสมการ (Limpert, 1999)

$$I = mr^2 = \frac{W_T r^2}{g} \quad (3)$$

โดย

$$W_T = \frac{\Phi W}{2} \quad (4)$$

เมื่อ m คือ น้ำหนักรวมของรอลยนต์ (กก.)
 r คือ รัศมีของล้อรอลยนต์ (เมตร)
 W_T คือ น้ำหนักทดสอบของรอลยนต์ (นิวตัน)
 g คือ แรงดึงดูดของโลก(เมตร/วินาที²)

3. การกระจายความร้อนจากการเบรกสู่คัมเบรกและผ้าเบรก

การจะวิเคราะห์อุณหภูมิที่เกิดขึ้นจากการเบรคนั้น จำเป็นต้องทราบถึงการกระจายอุณหภูมิและค่าพลังงานรวมที่ถูกดูดซับโดยคัมเบรกและผ้าเบรกซึ่งขึ้นอยู่กับค่าความต้านทานความร้อน (thermal resistance) ระหว่างผิวสัมผัสของวัสดุทั้งสองชนิด สำหรับการเบรกในช่วงเวลาสั้นๆ สามารถที่จะพิจารณาผ้าเบรกและคัมเบรกเป็นวัตถุกึ่งไม่จำกัดขนาด (semi-infinite body) ซึ่งภายใต้สภาวะนี้จะไม่คิดผลจากการกระจายความร้อน โดยความร้อนที่เกิดขึ้นทั้งหมดจากการเบรกรวมค่าเท่ากับผลรวมของความร้อนที่เข้าสู่ผ้าเบรกและคัมเบรก เมื่อเขียนในรูปความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนที่คัมเบรกต่อความร้อนที่เกิดขึ้นทั้งหมดโดยให้ความร้อนที่เกิดขึ้นทั้งหมดมีค่าเท่ากับ $q_R^n + q_p^n$ จะได้ว่าอัตราส่วนของความร้อนในการเบรกที่คัมเบรก (γ) คือ (Limpert, 1999)

$$\gamma = \frac{q_R^n}{q_R^n + q_p^n} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_p c_p k_p}{\rho_R c_R k_R} \right)^{1/2}} \quad (5)$$

เมื่อ q_p^n คือ ค่าความร้อนที่เข้าสู่ผ้าเบรก (วัตต์ / ตร.เมตร)
 q_R^n คือ ค่าความร้อนที่เข้าสู่คัมเบรก (วัตต์ / ตร.เมตร)
 c_p คือ ค่าความร้อนจำเพาะของผ้าเบรก (นิวตันเมตร

/ กก.เคลวิน)

c_R คือ ค่าความร้อนจำเพาะของคัมเบรก (นิวตันเมตร / กก.เคลวิน)

k_p คือ ค่าการนำความร้อนของผ้าเบรก (วัตต์ / เมตรเคลวิน)

k_R คือ ค่าการนำความร้อนของคัมเบรก (วัตต์ / เมตรเคลวิน)

ρ_p คือ ความหนาแน่นของผ้าเบรก (กก. / ลบ.เมตร)

ρ_R คือ ความหนาแน่นของคัมเบรก (กก. / ลบ.เมตร)

4. การระบายความร้อนออกจากคัมเบรก

เนื่องจากคัมเบรกมีลักษณะทางกายภาพที่ชิ้นส่วนกลไกต่างๆ ถูกประกอบอยู่ภายในคัมเบรกทำให้โอกาสที่ชิ้นส่วนภายในจะสัมผัสกับอากาศที่ไหลผ่านภายนอกได้ยาก จึงมีเพียงผิวด้านนอกของคัมเบรกเท่านั้นที่สัมผัสกับอากาศที่ไหลผ่านดังนั้นจึงทำการพิจารณาการระบายความร้อนด้วยการพาที่ผิวนอกของคัมเบรกเท่านั้น ข้อมูลที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนด้วยการพาคือค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน สำหรับคัมเบรกซึ่งอากาศไหลผ่านเต็มที่สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนได้โดยพิจารณาจากลักษณะที่อากาศไหลผ่านทรงกระบอกตันตามสมการ (Limpert, 1999)

$$h_R = 0.1 \left(\frac{k_a}{D} \right) Re^{2/3} \quad (6)$$

ซึ่ง

$$Re = \frac{\rho_a V_a D}{\mu_a} \quad (7)$$

โดยที่ h_R คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (วัตต์/ ตร.เมตรเคลวิน)

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของคัมเบรก (เมตร)

k_a คือ ค่าการนำความร้อนของอากาศ (วัตต์ / เมตรเคลวิน)

Re คือ เลขเรย์โนลด์

V_a คือ ความเร็วอากาศ (เมตร/ วินาที)

ρ_a คือ ความหนาแน่นของอากาศ (กก./ ลบ.เมตร)
 μ_a คือ ค่าความหนืดคินแมตติกของอากาศ
(กก./ เมตรวินาที)

การวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์

เพื่อให้แบบจำลองมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมของดรัมเบรกล้อหลังรถยนต์บรรทุกซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขการสัมผัสอย่างรวดเร็วตลอดเวลาหรือกล่าวได้ว่าเป็นปัญหาที่มีลักษณะการตอบสนองต่อระบบแบบพลวัตในสถานะชั่วคราว (transient dynamic response) การประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสองมิติจึงถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบโดยพิจารณาผลกระทบจากความร้อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเสียดทานและภาระทางกลไปพร้อมๆ กันด้วยวิธี explicit direct integration โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

ทำการสร้างแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสองมิติสำหรับวิเคราะห์ระบบดรัมเบรกซึ่งประกอบด้วยชิ้นส่วน 2 ชิ้นได้แก่ ดรัมเบรก และชุดก้ามเบรกที่ประกอบด้วยผ้าเบรก โดยทำการประกอบชิ้นส่วนเข้าด้วยกันตามตำแหน่งการประกอบดังแสดงใน Figure 2

2. สมบัติของวัสดุ

สำหรับแบบจำลองทรงตันจะกำหนดสมบัติวัสดุให้กับแต่ละชิ้นส่วนโดยมีสมบัติของแต่ละชิ้นส่วนดัง Table 1 (Cardarelli, 2000)

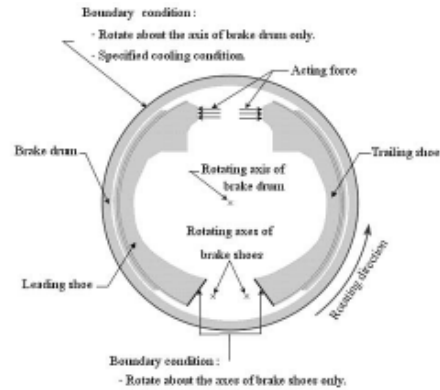


Figure 2. Boundary conditions and loading condition of drum brake

3. การกำหนดสมบัติที่ผิวสัมผัสระหว่างแบบจำลองของชิ้นส่วน

ผิวสัมผัสระหว่างแบบจำลองของดรัมเบรกและผ้าเบรกมีการกำหนดสมบัติดังต่อไปนี้

3.1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสของวัสดุสองชิ้นจะเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิดังแสดงใน Table 2 (Day and Newcomb, 1984)

Table 1. Material properties of each component

Property (unit)	Brake drum	Brake shoe	
	Gray cast iron Class 35	Brake lining	Brake pad and web
Modulus of Elasticity, E (GPa)	101	34.3	210
Mass density, ρ (kg/m ³)	7250	2450	7860
Poisson's ratio, ν	0.22	0.25	0.3
Thermal conductivity, k (W/mK)	46.2	0.95	48
Specific heat, c (J/kg K)	512	825	452
Coefficient of thermal expansion, α (1/°C)	1.1 E-05	1.1 E-05	1.1 E-05

3.2 การกระจายความร้อนจากการเบรกสู่คัมเบรกและผ้าเบรก

ขณะทำการเบรกผ้าเบรกจะสัมผัสกับคัมเบรกทำให้เกิดความร้อนเนื่องจากแรงเสียดทาน อัตราส่วนการกระจายความร้อนจากการเบรกสู่ผ้าเบรกและคัมเบรกสามารถคำนวณได้ตามสมการ 5 ซึ่งจากการคำนวณพบว่าความร้อนจะถ่ายเทเข้าสู่คัมเบรก 90 % และถ่ายเทเข้าสู่ผ้าเบรก 10 %

3.3 การนำความร้อนสัมผัส

ความร้อนที่เกิดขึ้นจากการเบรกจะถ่ายเทเข้าสู่ผ้าเบรกและคัมเบรกได้ดีเพียงใดขึ้นอยู่กับค่าความต้านทานความร้อนสัมผัส โดยมีค่าเป็นส่วนกลับของค่าการนำความร้อนสัมผัส (thermal contact conductance) ซึ่งเปลี่ยนแปลงตามค่าความดันสัมผัสระหว่างผิวสัมผัสทั้งสอง แต่ในการวิเคราะห์จะสมมติให้มีค่าคงที่เท่ากับ 30,000 วัตต์ / ตร.เมตรเซลเซียส (Lee, 1999)

Table 2. Relation between coefficient of friction and temperature

Temperature (°C)	100	200	300	400
Coefficient of friction, μ	0.38	0.41	0.39	0.24

4. สภาวะเงื่อนไขเริ่มต้น

สภาวะเงื่อนไขเริ่มต้นสำหรับการวิเคราะห์ที่ประกอบไปด้วย อุณหภูมิเริ่มต้นของผ้าเบรกและคัมเบรก ความเร็วรอบของการหมุนตอนเริ่มต้น ค่าความดันน้ำมันและค่าโมเมนต์ความเฉื่อยซึ่งแตกต่างกันตามสภาวะการเบรกดังแสดงไว้ใน Table 3 โดยอ้างอิงข้อกำหนดในการทดสอบตามมาตรฐานความปลอดภัย Japanese Automobile Standard C404 (Japanese Automobile Standard JASO C404, 1999)

5. สภาวะเงื่อนไขขอบ

สภาวะเงื่อนไขขอบที่กำหนดในแบบจำลองประกอบด้วย

5.1 การจับยึด

เงื่อนไขการจับยึดของคัมเบรกตามลักษณะทางกายภาพคือ คัมเบรกจะถูกยึดเข้ากับคัมล้อ โดยบริเวณพืด้านในของขอบจานคัมเบรกจะประกบเข้ากับหน้าแปลนของคัมล้อและบริเวณพืด้านนอกของขอบจานคัมเบรกจะถูกขันแน่นด้วยสลักเกลียว แต่เนื่องจากแบบจำลองสำหรับการวิเคราะห์เป็นแบบสองมิติซึ่งพิจารณาเฉพาะบริเวณที่มีสัมผัสกับผ้าเบรกจึงต้องยึดจับบริเวณพืด้านนอกของ

Table 3. Detail of braking conditions in this study

Braking condition	Severe, high speed without carrying load	Severe, medium speed without carrying load	Normal, high speed without carrying load	Severe, medium speed with carrying load
Initial speed (km/h)	160	100	160	100
Total weight (kg)	1605	1605	1605	2605
Braking pressure (MPa)	5.77	5.77	2.885	5.77
Initial temperature (°C)	90	90	90	90

คุมเบรกแทนโดยกำหนดให้สามารถหมุนรอบแกนหมุนของ
คุมเบรกเท่านั้น

งานวิจัยนี้เลือกใช้ดรัมเบรกประเภทซึมเพดิกซ์ในการวิเคราะห์ซึ่งเงื่อนไขการจับยึดของก้ามเบรกคือ ปลายส่วนล่างของก้ามเบรกทั้ง 2 ข้างสามารถหมุนรอบแกนหมุนเท่านั้นดังแสดงใน Figure 2

5.2 ภาวะที่กระทำกับก้ามเบรก

ดรัมเบรกมีภาวะกระทำที่ปลายบนของก้ามเบรกทั้งสองข้างด้วยขนาดที่เท่ากัน จึงกำหนดตำแหน่งที่ภาวะกระทำกับก้ามเบรก โดยขนาดของภาวะจะขึ้นอยู่กับค่าความดันน้ำมันเบรก ส่วนตำแหน่งของภาวะที่กระทำกับก้ามเบรกแสดงอยู่ใน Figure 2

5.3 การระบายความร้อน

งานวิจัยนี้อ้างอิงข้อกำหนดในการทดสอบจากมาตรฐานความปลอดภัย Japanese Automobile Standard C404 [14] ซึ่งกำหนดให้อากาศที่สัมผัสกับผิวนอกของคุมเบรกมีอุณหภูมิ 25 °C

6. การแบ่งเอลิเมนต์

แบบจำลองถูกแบ่งให้เป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ เพื่อการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้เอลิเมนต์สองมิติมีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมเชิงเส้นไม่มีโหนดที่กึ่งกลางของด้านแบบ plane strain (4-node bilinear quadrilateral coupled temperature-displacement plane strain element) สำหรับบริเวณคุมเบรก ผ้าเบรกและแผ่นรองผ้าเบรก ส่วนบริเวณสันก้ามเบรกเป็นเอลิเมนต์สองมิติซึ่งมีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมเชิงเส้นไม่มีโหนดที่กึ่งกลางของด้านแบบ plane stress (4-node bilinear quadrilateral coupled temperature-displacement plane stress element) โดยแต่ละโหนดจะมี 3 องศาอิสระ (degree of freedom) ประกอบด้วย 2 องศาอิสระสำหรับการเคลื่อนที่ และ 1 องศาอิสระสำหรับอุณหภูมิ นอกจากนี้ยังพิจารณาถึงผลของความเฉื่อยอันเนื่องมาจากน้ำหนักดรัมเบรกและน้ำหนักบรรทุกขณะทำการเบรก ซึ่งถูกถ่ายทอดสู่จุดศูนย์กลางการหมุนของแบบจำลองคุมเบรกในรูปของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยสมมูลคำนวณตามสมการที่ 3 และกำหนดด้วยเอลิเมนต์ความเฉื่อยจากการหมุน (rotary inertia element) ซึ่งเป็นเอลิเมนต์แบบจุดที่วางตัวอยู่บนแกนหมุน ดังแสดงใน Figure 3

ผลการคำนวณและการวิเคราะห์ผล

1. การกระจายอุณหภูมิ

จากการประมวลผลพบว่าการกระจายอุณหภูมิตามคุมเบรกจะเกิดขึ้นไม่สม่ำเสมอโดยขึ้นอยู่กับตำแหน่งและเวลาที่ใช้ในการเบรก ดังแสดงตัวอย่างใน Figure 4

ในช่วงเริ่มต้นเบรก อุณหภูมิตรงตำแหน่งที่มีค่าสูงสุดบนคุมเบรกจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วสำหรับทุกกรณีเนื่องจากภาวะที่กระทำกับก้ามเบรกจะทำให้ผ้าเบรกเคลื่อนที่กดเข้ากับผิวสัมผัสของคุมเบรกและเกิดความดันสัมผัส (contact pressure) สูง ปริมาณความร้อนที่เกิดจากแรงเสียดทานในการเบรกจึงสูงมากกว่าความสามารถในการถ่ายเทความร้อนด้วยการนำเข้าสู่ภายในเนื้อวัสดุ สำหรับกรณีเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วสูงขณะไม่มีการบรรทุกการเพิ่มขึ้น

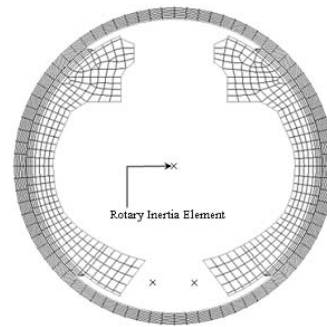


Figure 3. Finite element model

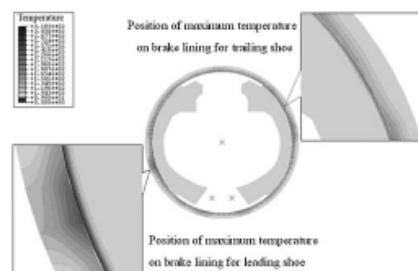


Figure 4. Temperature distributions at third second on brake drum for severe braking at high speed without carrying load.

ของอุณหภูมิจะสูงกว่าและช่วงเวลาที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นจะนานกว่ากรณีการเบรกอื่นๆ เนื่องจากภาระที่กระทำกับก้ามเบรกและความเร็วรถยนต์มีค่าสูงผ้าเบรกจึงเคลื่อนที่กดเข้ากับผิวสัมผัสของคุมเบรกอย่างรุนแรงและเกิดแรงเสียดทานมาก อุณหภูมิจึงเพิ่มสูงขึ้นไปเรื่อยๆ เมื่อเบรกไปได้ระยะหนึ่งความเร็วเชิงมุมของคุมเบรกจะลดลง หรืออีกนัยหนึ่งคือจำนวนครั้งในการสัมผัสกันระหว่างผ้าเบรกกับตำแหน่งใด ๆ บนคุมเบรกเมื่อเวลาที่ใช้ในการเบรกเพิ่มมากขึ้นจะมีค่าลดลง การถ่ายเทความร้อนด้วยการนำเข้าสู่ภายในเนื้อวัสดุจะมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมการณ์การเพิ่มของอุณหภูมิมากขึ้น อัตราการเพิ่มของอุณหภูมิจะค่อยๆ ลดลงจนกระทั่งมีค่าคงที่ จากนั้นอุณหภูมิก็จะมีค่าลดลง เนื่องจากปริมาณความร้อนที่เกิดจากแรงเสียดทานมีค่าน้อยกว่าความสามารถในการถ่ายเทความร้อนด้วยการนำจากบริเวณที่มีการสัมผัสเข้าสู่ภายในเนื้อวัสดุของคุมเบรก ดังแสดงใน Figure 5

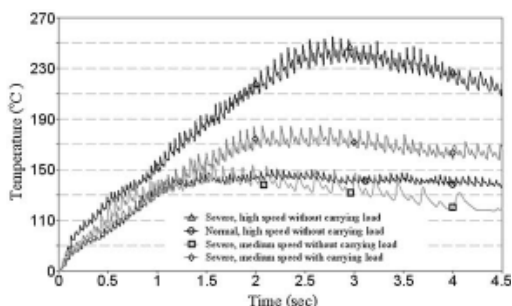


Figure 5. The relationship between raising temperature of peak temperature point on brake drum with respect to time.

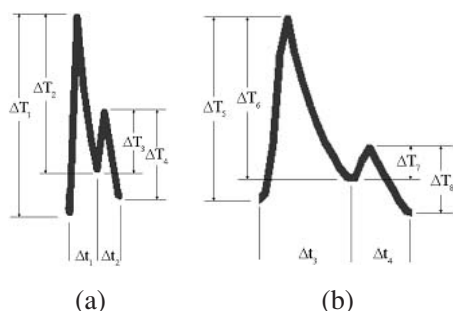


Figure 6. Comparison for the temperature changed of a contact point on brake drum in one revolution (a) high revolution speed (b) medium revolution speed.

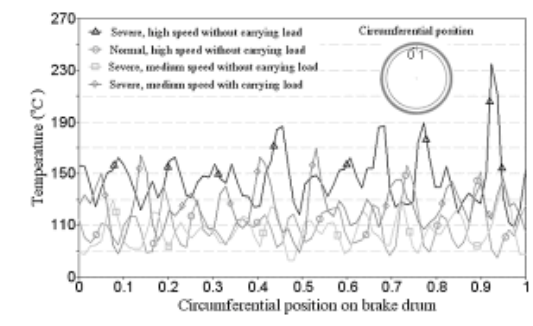
จาก Figure 6 พบว่าในหนึ่งช่วงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิจะประกอบด้วยการเพิ่มขึ้นและลดลงของอุณหภูมิ 2 ครั้ง โดยการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิครั้งที่หนึ่ง (ΔT_1) หมายถึงความร้อนที่เกิดจากคุมเบรกสัมผัสกับก้ามเบรกตัวนำทำให้คุมเบรกมีอุณหภูมิสูงขึ้น จากนั้นอุณหภูมิจะลดลงเนื่องจากการถ่ายเทความร้อนให้กับผ้าเบรกในบริเวณที่คุมเบรกมีอุณหภูมิสูงกว่าผ้าเบรกและถูกถ่ายเทเข้าสู่ภายในเนื้อวัสดุของคุมเบรกทำให้อุณหภูมิที่ผิวมีค่าลดลง การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิครั้งที่สอง (ΔT_3) เกิดเมื่อคุมเบรกสัมผัสกับก้ามเบรกตัวตาม โดยอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นเมื่อคุมเบรกสัมผัสกับก้ามเบรกตัวตามจะมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นเมื่อคุมเบรกสัมผัสกับก้ามเบรกตัวนำเนื่องจากแรงเสียดทานที่เกิดจากการสัมผัสกันระหว่างคุมเบรกและก้ามเบรกตัวตามมีผลไปหักล้างกับภาระทำให้มีแรงกดดันน้อยกว่าก้ามเบรกตัวนำ จากนั้นอุณหภูมิจะลดลงอีกครั้งหนึ่งเนื่องจากการถ่ายเทความร้อนให้กับผ้าเบรกในบริเวณที่คุมเบรกมีอุณหภูมิสูงกว่าผ้าเบรกและถูกถ่ายเทเข้าสู่ภายในเนื้อวัสดุ

เวลาที่ใช้ในการสัมผัสกับผ้าเบรกและถ่ายเทความร้อนในหนึ่งรอบการหมุนของผิวสัมผัสคุมเบรกสำหรับกรณีความเร็วรอบสูงจะสั้นกว่ากรณีความเร็วรอบต่ำนั้นคือ Δt_3 และ Δt_4 มีค่ามากกว่า Δt_1 และ Δt_2 ในขณะที่การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิเมื่อคุมเบรกสัมผัสกับก้ามเบรกตัวนำและก้ามเบรกตัวตามสำหรับทั้งสองกรณี ($\Delta T_1, \Delta T_3, \Delta T_5, \Delta T_7$) จะขึ้นอยู่กับแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในขณะนั้นและการถ่ายเทความร้อนระหว่างคุมเบรกกับผ้าเบรก ส่วนการลดลงของอุณหภูมิเกิดขึ้นเมื่อบริเวณดังกล่าวของคุมเบรกไม่สัมผัสกับก้ามเบรกตัวนำและก้ามเบรกตัวตามซึ่งการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของทั้งสองกรณี ($\Delta T_2, \Delta T_4, \Delta T_6, \Delta T_8$) จะขึ้นอยู่กับค่าการนำความร้อนของวัสดุ ผลต่างของอุณหภูมิที่ผิวสัมผัสและผิวภายนอกของคุมเบรก รวมทั้งระยะเวลาที่คุมเบรกไม่สัมผัสกับผ้าเบรกบริเวณนั้น

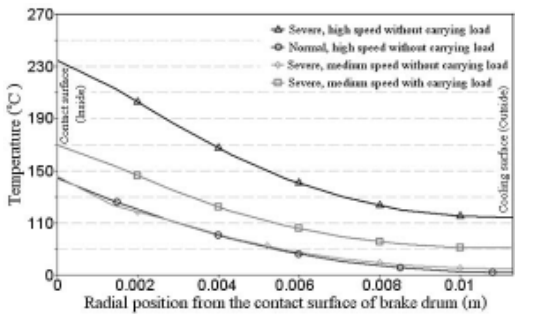
จาก Figure 7a พบว่าลักษณะการกระจายอุณหภูมิตนผิวสัมผัสของคุมเบรกด้านในสำหรับกรณีการเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วสูงขณะไม่มีการบรรทุกจะมีค่าสูงกว่ากรณีอื่นที่ศึกษา เนื่องจากเกิดแรงเสียดทานที่ผิวสัมผัสมากกว่า นอกจากนี้ยังพบว่าอุณหภูมิที่เกิดขึ้นมีการกระจายไม่สม่ำเสมอมากกว่าเนื่องจากขณะทำการเบรกผ้าเบรกและคุมเบรกจะมีความดันสัมผัสที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาและ

ตำแหน่งมาก ส่งผลให้การกระจายอุณหภูมิมีความเปลี่ยนแปลงสูงและเกิดความไม่เสถียรภาพเนื่องจากความยืดหยุ่นทางความร้อนเพราะมีความแตกต่างของอุณหภูมิที่จุดใด ๆ กับบริเวณข้างเคียงสูง จาก Figure 7b พบว่าความร้อนเนื่องจากแรงเสียดทานที่ผิวสัมผัสระหว่างผ้าเบรกกับดรัมเบรกซึ่งจะถ่ายเทเข้าสู่ภายในเนื้อวัสดุของดรัมเบรกด้วยการนำความร้อนเนื่องจากอุณหภูมิที่ผิวสัมผัสมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิภายในดรัมเบรกและผิวนอกของดรัมเบรก โดยในกรณีเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วสูงขณะไม่มีการบรรทุกจะมีปริมาณความร้อนเนื่องจากแรงเสียดทานที่ผิวสัมผัสมากกว่ากรณีอื่น ๆ ดังแสดงใน Figure 5 ส่งผลให้มีปริมาณความร้อนถ่ายเทเข้าสู่เนื้อวัสดุมากกว่าที่เวลาและระยะตามแนวรัศมีเท่ากัน การกระจายอุณหภูมิทั้งที่ผิวสัมผัส ภายในเนื้อวัสดุรวมทั้งผิวนอกของดรัมเบรกจึงมีค่าสูงกว่า

การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิตรงตำแหน่งที่มีอุณหภูมิสูงสุดบนผ้าเบรกตัวนำและตัวตามเทียบกับเวลาที่มีลักษณะดังแสดงใน Figure 8a และ 8b ตามลำดับ โดยอุณหภูมิที่ตำแหน่งใด ๆ สำหรับกรณีเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วสูงขณะไม่มีการบรรทุกจะมีค่าสูงกว่ากรณีอื่นเนื่องจากใช้แรงในการเบรกมากจึงทำให้เกิดแรงเสียดทานมาก ส่วนอุณหภูมิที่เกิดขึ้นบนผ้าเบรกตัวนำที่มีค่าสูงกว่าบนผ้าเบรกตัวตามสำหรับทุกกรณีเนื่องจากผ้าเบรกตัวนำมีแรงเสียดทานช่วยเสริมให้ผ้าเบรกกดเข้ากับดรัมเบรกได้แรงขึ้น รูปแบบการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิตรงตำแหน่งที่มีอุณหภูมิสูงสุดบนผ้าเบรกตัวนำและตัวตามจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิที่ตำแหน่งที่มีอุณหภูมิสูงสุดบนดรัมเบรกเนื่องจากความร้อนที่เกิดจากการเบรกบนดรัมเบรกและผ้าเบรกจะมีการถ่ายเทซึ่งกันและกันอยู่ตลอดเวลาที่มีการสัมผัสกัน

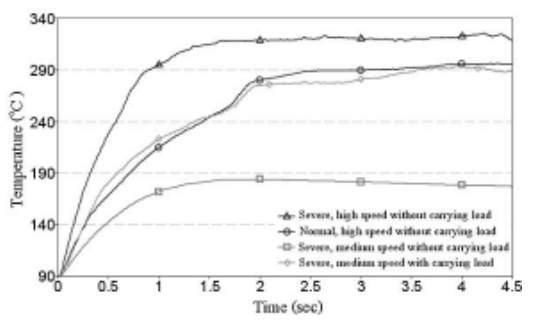


(a)

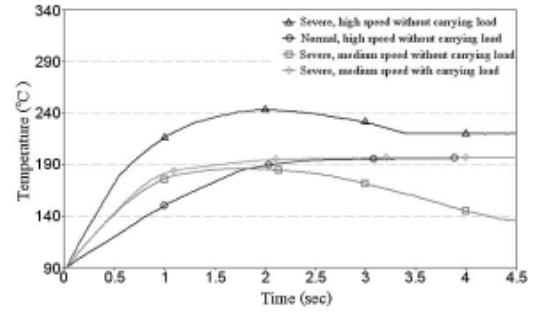


(b)

Figure 7. The relation between (a) circumferential displacement of brake drum and (b) radial displacement from the contact surface of brake drum with temperature for each braking condition at the third second.



(a)



(b)

Figure 8. Relationship between temperature with respect to time of the brake lining peak temperature point for (a) leading shoe and (b) trailing shoe.

จากการกระจายอุณหภูมิบนผ้าเบรกของก้ามเบรกตัวนำและผ้าเบรกของก้ามเบรกตัวตามสำหรับสภาวะการเบรกแบบต่างๆ ที่เวลา 3 วินาทีซึ่งแสดงใน Figure 9a และ 9b พบว่าเมื่อใช้เวลาในการเบรกเท่ากันอุณหภูมิบนก้ามเบรกตัวนำจะมีค่าสูงกว่าก้ามเบรกตัวตาม นอกจากนี้การกระจายอุณหภูมิบนก้ามเบรกตัวนำจะมีค่าสูงสุดบริเวณปลายส่วนล่างของผ้าเบรก ทั้งหมดนี้เกิดเนื่องจากเมื่อมีการสัมผัสกันระหว่างผ้าเบรกของก้ามเบรกตัวนำและผิวสัมผัสคัมเบรกจะมีผลจากแรงเสียดทานช่วยเสริมแรงในการเบรกส่งผลให้เกิดการปรีมาณความร้อนสูงกว่า โดยตำแหน่งที่เกิดอุณหภูมิสูงสุดบนผ้าเบรกของก้ามเบรกตัวนำจะอยู่ตรงบริเวณส่วนล่างของผ้าเบรกขณะที่ตำแหน่งที่เกิดอุณหภูมิสูงสุดบนผ้าเบรกของก้ามเบรกตัวตามจะอยู่ตรงบริเวณส่วนบนของผ้าเบรก

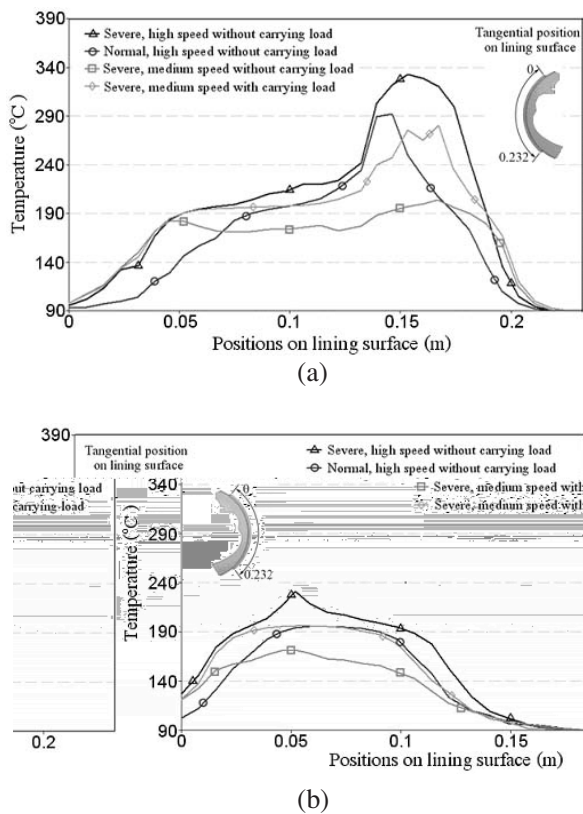


Figure 9. Relationship between brake lining temperature and the positions on lining surface for each braking condition (a) leading shoe and (b) trailing shoe.

2. การเคลื่อนที่ของก้ามเบรก

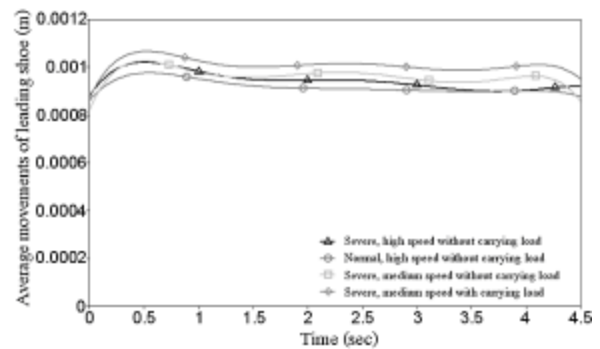


Figure 10. Relationship between average movements of leading shoe with respect to time for each braking condition.

จากผลการคำนวณพบว่า ระยะการเคลื่อนที่ของก้ามเบรกสำหรับกรณีเบรกอย่างรุนแรงที่ความเร็วปานกลางขณะมีการบรรทุกจะมีค่ามากกว่ากรณีอื่นๆ เนื่องจากผลของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยสมมูลที่สูงกว่าส่งผลให้เกิดการกระตุ้นตัวเองช่วยเสริมให้มีแรงเสียดทานสูงกว่า ขณะที่ระยะการเคลื่อนที่ของก้ามเบรกสำหรับกรณีเบรกอย่างรุนแรงจะมีค่ามากกว่ากรณีเบรกอย่างไม่รุนแรงเนื่องจากภาวะที่กระทำกับก้ามเบรกมีค่าสูงกว่าทำให้ผ้าเบรกเคลื่อนที่กดเข้าอย่างรุนแรงมากกว่า การเปลี่ยนแปลงของระยะการเคลื่อนที่ของก้ามเบรกจะเกิดขึ้นตลอดเวลาเนื่องจาก การเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุมของคัมเบรก ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน การเปลี่ยนรูปทางความร้อนและผลจากค่าโมเมนต์ความเฉื่อยสมมูล

3. การลดลงของความเร็วเชิงมุม

การลดลงของความเร็วเชิงมุมสำหรับทุกกรณีจะไม่คงที่นั่นคือมีลักษณะไม่เชิงเส้นเนื่องจากผลของการเปลี่ยนแปลงระยะการเคลื่อนที่ของก้ามเบรกและผลจากการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิจนทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเปลี่ยนแปลงไป (Table 2) ความสัมพันธ์ระหว่างการลดลงของความเร็วเชิงมุมกับเวลา สำหรับกรณีการเบรกอย่างรุนแรงจะมีอัตราการลดลงของความเร็วเชิงมุมสูงกว่าการเบรกอย่างไม่รุนแรง เนื่องจากภาวะที่กระทำกับก้ามเบรกมีค่าสูงกว่าทำให้เกิด

แรงเสียดทานเกิดขึ้นสูงกว่า นอกจากนี้ยังพบว่า การลดลงของความเร็วเชิงมุมสำหรับกรณีการเบรกเมื่อมีน้ำหนักบรรทุก จะมีพฤติกรรมการลดลงของความเร็วเชิงมุมในลักษณะใกล้เคียงเชิงเส้นมากที่สุด ซึ่งอาจเป็นเนื่องจากค่าโมเมนต์ความเฉื่อยสมมูลที่สูงกว่าส่งผลให้เกิดการกระตุ้นตัวเองช่วยเสริมให้มีแรงเสียดทานสูงกว่า

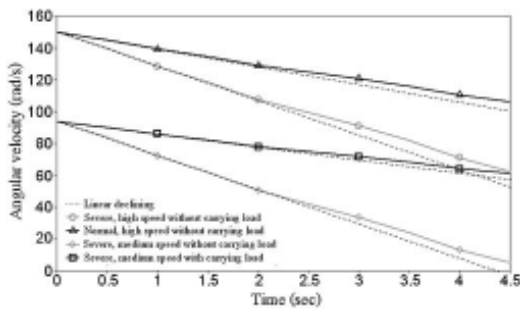


Figure 11. The relationship between the declining of angular velocity and time for each braking condition.

สรุป

ดรัมเบรกทำงานโดยการเสียดสีกันระหว่างผ้าเบรกกับผิวสัมผัสของดรัมเบรกภายใต้ภาระที่กระทำจึงเกิดพลังงานความร้อนเนื่องจากแรงเสียดทานและถ่ายเทเข้าสู่ชิ้นส่วนผ่านทางผิวสัมผัสของทั้งสอง ความเร็วของรถยนต์ขณะทำการเบรกและแรงที่ใช้ในการเบรกเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้เกิดพลังงานความร้อนซึ่งส่งผลให้ผิวสัมผัสของดรัมเบรกและผ้าเบรกเกิดการขยายตัวและเสียรูป การกระจายแรงกดและพื้นที่สัมผัสที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะไม่สม่ำเสมอและเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา นอกจากนี้การเสียรูปยังส่งผลให้ลักษณะการกระจายพลังงานความร้อนและอุณหภูมิที่เกิดขึ้นเปลี่ยนไปด้วย บริเวณที่ได้รับแรงกดสูงจะเกิดพลังงานความร้อนเนื่องจากแรงเสียดทานสูงและมีอุณหภูมิที่ผิวสัมผัสสูง ถ้าหากความดันน้ำมันเบรกและความเร็วรถยนต์ขณะทำการเบรกมีค่าสูงเกินไปจะทำให้ผิวดรัมเบรกบางบริเวณมีอุณหภูมิสูงขึ้นอย่างรวดเร็วและเกิดเป็น Hot Spot ขึ้น ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่เรียกว่า ความไม่เสถียรของการยึดหยุ่นทางความร้อน ส่งผลให้เกิดการสั่นสะเทือน และเสียง อีกทั้งยังทำให้สมรรถนะในการเบรกลดลง และอาจทำให้ชุดเบรกเกิดความเสียหายได้

ข้อเสนอแนะ

ความร้อนที่เกิดขึ้นจากแรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสของดรัมเบรกและผ้าเบรกซึ่งเป็นภาระทางความร้อนของระบบดรัมเบรกนั้นเป็นปัจจัยหลักที่มีผลต่อพฤติกรรมและสมรรถนะการเบรก ดังนั้นเพื่อปรับปรุงพฤติกรรมและสมรรถนะในการเบรกสามารถทำได้โดยพยายามทำให้ภาระทางความร้อนที่เกิดขึ้นมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอโดยปรับปรุงสมบัติของวัสดุที่นำมาใช้ทำดรัมเบรก เช่น เลือกใช้วัสดุที่มีค่าความจุความร้อนและค่าการนำความร้อนสูง หรือมีค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อนต่ำ เพื่อให้ดรัมเบรกเกิดการเสียรูปเนื่องจากภาระน้อยที่สุดและสามารถระบายความร้อนสู่บรรยากาศได้อย่างรวดเร็ว นอกจากนี้อาจจะทำการปรับปรุงลักษณะทางกายภาพของก้ามเบรกให้การเปลี่ยนแปลงระยะของการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นน้อย ส่วนการปรับปรุงผ้าเบรกอาจทำได้โดยเลือกวัสดุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อนต่ำโดยมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไม่แตกต่างกันไปจากเดิมนัก

เอกสารอ้างอิง

สุรเชษฐ์ ชูติมา, กรุณา ตันวิสุทธิ, วีระชัย วัฒนพงษ์พันธ์ และ เบลูจรัตน์ หงส์คำมี, 2547, ข้อพิจารณาในการออกแบบจานเบรกสำหรับรถยนต์ 1, ว. วิจัยและพัฒนา มจร., 27(2) : 191-193.

อำนาจ สิริวัฒนผลกุล, 2547, การศึกษาพฤติกรรมของจานเบรกรถยนต์ได้สภาวะการเบรกแบบต่าง ๆ, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มจร., หน้า 65-67.

Cardarelli, F., Materials Handbook, Springer, Great Britain, 2000, p. 9.

Choi, J.H. and Lee, I., 2003, Finite Element Analysis of Transient Thermoelastic Behaviors in Disk Brakes, WEAR, 257 : 47-58.

Day, A.J., and Newcomb, T.J., 1984, The Dissipation of Friction Energy from the Interface of an Annular Disc Brake, Proceeding of the Institution of Mech Engi, Vol. 198D, No.11: 201-209.

Gao, C.H. and Lin, X.Z., 2002, Transient Temperature Field Analysis of a Brake in a Non-Axisymmetric Three-Dimensional Model, J of Material Processing Technol, 129 : 513-517.

- Hohmann, C., Schiffner, K., Oerter, K. and Reese, H., 1999, Contact Analysis for Drum Brakes and Disk Brakes Using ADINA, *Computers & Structures*, 72 : 185-198.
- Huang, Y.M. and Shyr, J.S., 2002, On Pressure Distributions of Drum Brakes, *ASME J of Mech Design*, 124 : 115-120.
- Iombriller, S.F. and Canale, A.C., 2001, Analysis of Emergency Braking Performance with Particular Consideration of Temperature Effects on Brakes, *J of the Brazilian Society of Mech Sci*, 23 : 1.
- Japanese Automobile Standard JASO C404, Truck and Bus-Service Brake Road Test Procedures, 1999 : 1-23.
- Lee, K., 1999, Numerical Prediction of Brake Fluid Temperature Rise during Braking and Heat Soaking, SAE Technical Paper, No. 990483.
- Limpert, R., 1999, Brake Design and Safety, Society of Automotive Engineer, United States of America, 525 p.
- Valvano, T. and Lee, K., 2000, An Analytical Method to Predict Thermal Distortion of a Brake Rotor, SAE Technical Paper, No. 000445.
- Zagrodzki, P., Lam, K.B., Al Bahkali, E. and Barber, J.R., 2001, Nonlinear Transient Behavior of a Sliding System with Frictionally Excited Thermoelastic Instability, *ASME J of Tribology*, 123 : 699-707.